

Medición del período de un péndulo simple

Nombre Apellido

Física Experimental I- Instituto Balseiro

3 de agosto de 2011

Resumen

Se midió el período de un péndulo con diferentes métodos. Se analizaron los datos de distintas maneras con foco en el análisis de los errores aleatorios de cada método.

El valor obtenido para el período con menor error estadístico fue: $T=(2.183\pm0.003)$ s

Introducción

Un péndulo simple consiste en una masa m , considerada puntual, suspendida de un punto fijo por un hilo inextensible de masa despreciable y de longitud l , como se muestra en la figura I. Si se aparta la masa de su posición de equilibrio en un ángulo Θ , esta comenzará a oscilar en un plano vertical en forma indefinida si no hubiera disipación de energía.

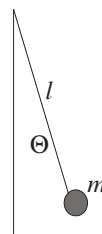


Figura I Esquema del péndulo

En estas condiciones, el período T de este movimiento oscilatorio es una constante que para oscilaciones de amplitud pequeñas cumple con:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}} \quad (1)$$

Donde g es la aceleración de la gravedad. La amplitud del péndulo se considera pequeña si vale la aproximación:

$$\text{sen}(\Theta) \sim \Theta \quad (2)$$

El objetivo de este trabajo es determinar el período T de un péndulo y hacer el análisis de los errores aleatorios que se presentan en esta medición.

Método experimental

Los materiales usados fueron:

Una cinta métrica (precisión 1mm), un cronómetro (precisión 0,01s), hilo y una masa de geometría irregular.

Para construir el péndulo se ató un extremo del hilo a un soporte y otro a la masa.

Se analizó bajo qué condiciones experimentales se puede considerar constante al período del péndulo, estimándose el ángulo Θ máximo a usar. Para esto se determinó la longitud desde el punto fijo de sostén a la base de la masa usada, $d=(120.0\pm0.3)$ cm y apartamiento lateral de la masa desde la

vertical, $a=6.0\pm0.5\text{cm}$, con esto se obtuvo $\sin(\Theta_{\max})=(0.050\pm0.004)$ y $\Theta_{\max}=(0.050\pm0.004)\text{rad}$. Con estos valores el error porcentual de la aproximación (2) es 0.04%.

Además el error producido por el tiempo de reacción del experimentador es de 0.2 s pero se produce tanto al iniciar el cronómetro como al detenerlo por lo que se compensa.

Se apartó el péndulo de su posición de equilibrio y se procedió a realizar las siguientes mediciones:

1-100 mediciones independientes de un período a partir de la posición de mínima velocidad.

2-100 mediciones independientes de un período a partir de la posición de máxima velocidad.

3-33 mediciones independientes de tres períodos, iniciadas a partir de la posición de máxima velocidad.

4-Una medición de un período, una de dos, una de tres y así sucesivamente hasta la décima medición.

Resultados:

Se presentan los resultados para cada serie de mediciones. Las tablas de los valores medidos se encuentran en el apéndice A. Para cada serie se calculó el período promedio $\bar{T}$, la desviación estándar σ y la desviación estándar del promedio $\sigma_{\bar{T}}$.

Primera serie de mediciones:

Los resultados se muestran en el histograma de la figura 2. El valor obtenido fue $\bar{T}_1=(2.169\pm0.008)\text{s}$

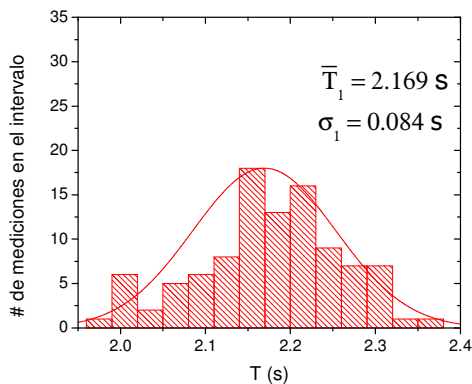


Figura 2. Primera serie de mediciones, 100 mediciones de un período desde la posición de mínima velocidad.

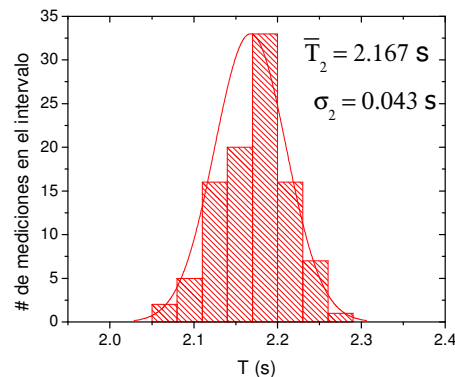


Figura 3. Segunda serie de mediciones, 100 mediciones de un período desde la posición de máxima velocidad.

Segunda serie de mediciones

Los resultados se muestran en el histograma de la figura 3. El valor obtenido fue $\bar{T}_2=(2.167\pm0.004)\text{s}$

Con los mismos datos experimentales se calcularon 50 nuevos valores, obtenidos de promediar de a pares las mediciones anteriores.

Los resultados se muestran en el histograma de la figura 4. El valor obtenido fue $T_{2-2}=(2.168\pm0.004)\text{s}$

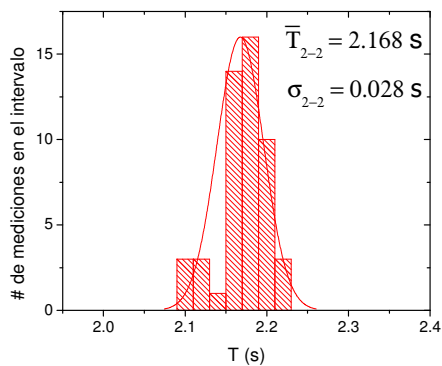


Figura 4. 50 valores promediando de a dos las 100 mediciones de un período desde la posición de máxima velocidad .

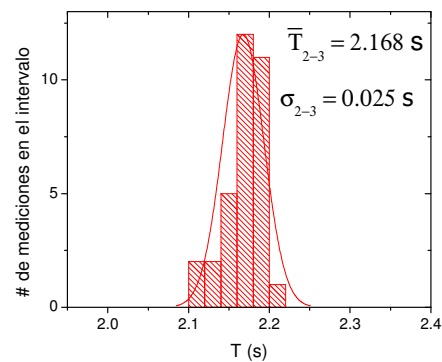


Figura 5. 33 valores promediando de a tres las 100 mediciones de un período desde la posición de máxima velocidad.

Nuevamente se tomaron los mismos datos experimentales obtenidos por el segundo método de medición y se calcularon 33 nuevos datos resultantes de promediar de a tres estos valores.

Los resultados se muestran en el histograma de la fig. 5. El valor obtenido fue $\bar{T}_{2-3} = (2.168 \pm 0.004) s$

Tercera serie de mediciones

Con los datos obtenidos en esta serie de mediciones se calcularon 33 valores del período. Los resultados se muestran en el histograma de la figura 6. El valor obtenido fue $\bar{T}_3 = (2.183 \pm 0.003) s$

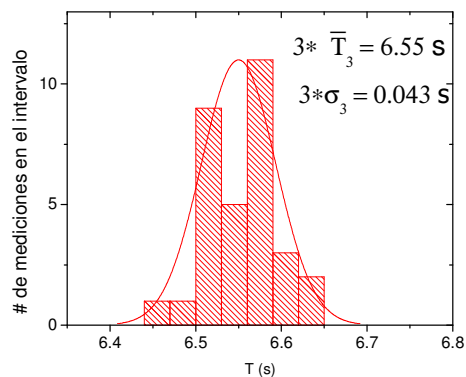


Figura 6. 33 valores midiendo tres oscilaciones desde la posición de máxima velocidad .

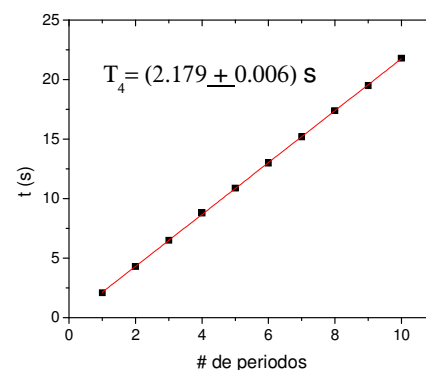


Figura 7. Tiempo en función del número de oscilaciones medidas. El error de cada punto es menor que el tamaño del símbolo.

Cuarta serie de mediciones

Los datos obtenidos se muestran en la tabla del apéndice B. Se graficó el tiempo vs el correspondiente número de períodos y se trazó la recta del mejor ajuste por mínimos cuadrados (ver figura 7). El período del péndulo se obtiene de su pendiente $T = (2.179 \pm 0.006) s$.

Discusión

Si se compara los resultados de la primera y segunda serie de mediciones, se encuentra que al intentar medir el período de un péndulo desde su posición de mínima velocidad se produce un error mayor por la mayor dificultad en la determinación de ese momento. Esto se puede observar con claridad en los histogramas correspondientes (figuras 2 y 3), en el valor de la desviación estándar obtenida en cada caso. Sin embargo el valor medio del período coincide dentro del error.

Al trabajar agrupando valores de a dos o tres mediciones obtenidas en la segunda serie, se observa que la desviación estándar de la distribución disminuye, no así el error del período promedio verificándose en forma aproximada que[1]:

$$\sigma_{T_{2-2}}^2 = \frac{\sigma_{T_{2-2}}^2}{50} \approx \sigma_{T_2}^2 = \frac{\sigma_{T_2}^2}{100} \quad (3)$$

$$\sigma_{T_{2-3}}^2 = \frac{\sigma_{T_{2-3}}^2}{33} \approx \sigma_{T_2}^2 = \frac{\sigma_{T_2}^2}{100} \quad (4)$$

Los resultados de la tercera serie de mediciones, en las que se reduce la influencia de la precisión del instrumento, muestran una distribución más angosta. El error del promedio se reduce verificándose aproximadamente la relación:

$$\sigma_{T_3}^2 = \frac{\sigma_{T_3}^2}{3^2 \cdot 33} < \sigma_{T_2}^2 = \frac{\sigma_{T_2}^2}{100} \quad (5)$$

Los resultados de la última serie de mediciones, mediciones sucesivas de 1 a 10 períodos, tratadas con mínimos cuadrados muestran un muy buen ajuste lineal (coef. R=0.99992) que arroja una determinación del período comparable dentro del error con los métodos anteriores.

Los períodos obtenidos en los métodos 3 y 4 son mayores que los obtenidos con los dos primeros métodos. La razón puede ser un estiramiento de un 1% del hilo antes de la tercera serie de mediciones. Esta hipótesis no se pudo verificar.

Conclusiones

El análisis de los errores en la determinación del período de un péndulo a partir de un gran número de mediciones verifica que esta medición está sujeta a errores aleatorios que siguen una distribución normal.

El valor del período del péndulo usado con menor error estadístico fue $T=(2.183 \pm 0.003)$ s obtenido en mediciones de tres oscilaciones.

Referencias

[1] John R. Taylor “An introduction to error analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements” (University Science Books, Sausalito, 1997).