

Dosimetría 2016. Guía 1

- 1) La ecuación de transporte de Boltzmann para fotones de alta energía puede ser escrita en su forma diferencial como

$$\Omega \cdot \nabla \phi(\vec{r}) + \mu(\vec{r}) \phi(\vec{r}) = S(\vec{r}) \quad (1)$$

donde ϕ representa el flujo angular, μ el coeficiente de atenuación lineal y S es un término de fuentes producidas por dispersión como así también por fuentes distribuidas. Por simplicidad en la notación, las variables dirección (Ω versor) y energía (E) se omitieron en los argumentos de las funciones.

A los efectos de transformar la ecuación 1 a su forma integral realicemos la siguiente representación vectorial:

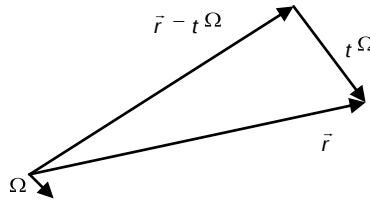


Fig. 1

donde t es un parámetro de "stretching" a lo largo de la dirección Ω . El flujo angular en el punto $\vec{r}$ y en la dirección Ω depende solamente de la dispersión y de las fuentes distribuidas a lo largo de la semirrecta generada por $t \times \Omega$, para $t \geq 0$. De esta manera, la ecuación 1, evaluada en esa semirrecta, se puede escribir como:

$$-\frac{d}{dt} \phi(\vec{r} - t \Omega) + \mu(\vec{r} - t \Omega) \phi(\vec{r} - t \Omega) = S(\vec{r} - t \Omega) \quad (2)$$

Multiplicando ambos miembros de la ecuación 2 por el factor integrante $\exp(-\int_0^t \mu(\vec{r} - p \Omega) dp)$ y aplicando reglas de diferenciación se llega a

$$-\frac{d}{dt} \left[\phi(\vec{r} - t \Omega) \times \exp\left(-\int_0^t \mu(\vec{r} - p \Omega) dp\right) \right] = S(\vec{r} - t \Omega) \times \exp\left(-\int_0^t \mu(\vec{r} - p \Omega) dp\right) \quad (3)$$

Integrando respecto de t se obtiene:

$$\phi(\vec{r}) = \int_0^\infty dt S(\vec{r} - t \Omega) \times \exp\left(-\int_0^t \mu(\vec{r} - p \Omega) dp\right) \quad (4)$$

a) Demuestre a partir de la ecuación 4 que el flujo escalar es

$$\phi_{\text{escalar}}(\vec{r}) = \int_V \frac{dV}{t^2} S(\vec{r} - t \Omega) \times \exp\left(-\int_0^t \mu(\vec{r} - p \Omega) dp\right) \quad (5)$$

donde V representa todo el volumen de R^3 .

- 2) Demuestre la ley del inverso del cuadrado de la distancia a partir de la ecuación 5.

3) Este problema tiene por objetivo analizar la influencia de un dispersor sobre el flujo de fotones en un punto de interés que pertenece al eje del haz. Para el análisis se supondrá que el dispersor pertenece al haz y está ubicado entre la fuente (puntual) y el punto de interés.

a) Calcule la fracción del flujo de fotones en P debida al dispersor en vista de las siguientes consideraciones:

- Observado desde P el dispersor no apantalla a la fuente (que es ^{60}Co).
- El dispersor, de masa m , se encuentra suficientemente próximo al eje del haz de manera tal que la suma de sus distancias a la fuente y al punto P es aproximadamente igual a DFP.
- Las dimensiones del dispersor son pequeñas comparadas con el camino libre medio de los fotones en ese medio, por lo que se puede considerar que un fotón a lo sumo interactúa una sola vez.
- Considere dos materiales para el dispersor: Pb y Al. Para calcular la dispersión utilice la sección eficaz de Klein-Nishina, utilizando la aproximación de ángulo pequeño, esto es, la sección eficaz correspondiente a $\theta = 0$. La densidad másica y la numérica de electrones obténgala del texto Attix.

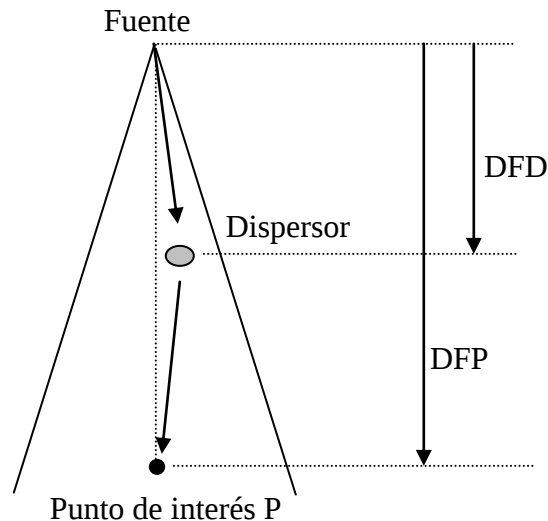


Fig. 2: Esquema de irradiación con presencia de dispersor.

- b) Analice las dependencias de lo obtenido en a) con el número atómico, el número másico, y la densidad másica.
- c) Cuál es la ubicación del dispersor en que su influencia es mínima?
- d) El uso de la ley del cuadrado de la distancia permite expresar el flujo en P como proporcional a DFP^{-2} . La presencia de medios dispersores, tales como el filtro aplanador y otras estructuras generalmente presentes producen un desvío de esta ley. Considerando que el dispersor se sitúa a 15 cm de la fuente y considerando que produce un 10 % de contribución al flujo en $\text{DFP}=100$ cm, calcule el error porcentual que se comente con la aplicación de la ley del cuadrado de distancia a la fuente, limitando el análisis a $80\text{cm} \leq \text{DFP} \leq 120\text{cm}$.