

# Determinación de la Constante de Plank mediante efecto fotoeléctrico

Viviana Villafañe & Nicolás Romero

*Instituto Balseiro, UN Cuyo Centro Atómico Bariloche, CNEA*

(Dated: 13 de abril de 2011)

## Resumen

Se determinó la constante de Planck y la función trabajo de un tubo fotosensible RCA1P39, para ello se incidió con luz láser de diferentes colores sobre el cátodo del fototubo y para cada color se midió el voltaje de frenado de los electrones emitidos. Los potenciales de frenado se determinaron a través de dos instrumentos diferentes: un electrómetro y luego un Lock-In. A partir de cada valor de potencial de frenado se calcularon la constante de Planck y la función trabajo del material. Los resultados obtenidos fueron  $h = (4,43 \pm 0,05) \times 10^{-15} \text{eV}\cdot\text{s}$  y  $\phi = (1,58 \pm 0,03)\text{eV}$ .

## I. INTRODUCCIÓN

La emisión de electrones por metales iluminados con luz de determinada frecuencia fue observada a finales del siglo XIX por Hertz y Hallwachs [1]. A este proceso por el cual se liberan electrones de un metal por acción de la radiación electromagnética se denomina *efecto fotoeléctrico* o *emisión fotoeléctrica*.

Los sucesivos trabajos experimentales sugieren que para cada sustancia hay una frecuencia mínima o umbral de la radiación electromagnética por debajo de la cual no se produce este fenómeno, por más intensa que sea la radiación. También se observa que la emisión fotoeléctrica aumenta cuando se incrementa la intensidad de la radiación que incide sobre la superficie del metal.

En 1905, Einstein explicó las características del efecto fotoeléctrico basándose en los trabajos de *Radiación de Cuerpo Negro* realizados por Max Plack unos años antes. Propuso que al interactuar la radiación electromagnética con la materia lo hace en forma de paquetes discretos de energía denominados *cuantos* o *fotones*. En esta interacción se cumple que [2]:

$$E = T + \phi \quad (1)$$

donde  $E$  es la energía asociada a un fotón,  $T$  la energía cinética del electrón arrancado y  $\phi$  una constante dependiente del material que indica la energía necesaria para liberar un electrón del material, denominada *función trabajo*. Es claro de la ecuación (1) que si la energía  $E$  es menor que  $\phi$ , no hay emisión fotoeléctrica.

Einstein concluye que la energía asociada a un fotón es función de la frecuencia de la onda con la que se está iluminando el material, más concretamente que vale:

$$E = hf \quad (2)$$

donde  $h$  es la constante de plank y  $f$  es la frecuencia de la onda que incide sobre el material, dando como resultado inmediato que:

$$T = hf - \phi \quad (3)$$

Es posible medir la energía cinética máxima para la cual no existe más emisión de electrones aplicando una diferencia de potencial  $V$  a lo largo del camino de los mismos, como se muestra en la figura 1.

**Figura 1:** Fototubo iluminado por una fuente de luz monocromática al cual se le aplica una diferencia de potencial entre el ánodo y el cátodo, la polaridad de la fuente es tal que los electrones se desaceleran. La fotocorriente es registrada por medio de un amperímetro.

Existe un voltaje  $V_f$  a partir del cual la fotocorriente registrada cae a cero, en este caso se cumple que:

$$T = eV_f \quad (4)$$

A este valor  $V_f$  se le suele denominar *voltaje de frenado* y  $e$  es la carga del electrón. En estas condiciones,

$$eV_f = hf - \phi \quad (5)$$

En este experimento se determinó la función trabajo ( $\phi$ ) de una muestra metálica, y el valor de la constante de Planck ( $h$ ). Para ello, se utilizó un conjunto de cinco láseres que emiten luz de distintas frecuencias y un fototubo RCA 1P39. Para cada color se midió el voltaje de frenado.

En la sección *Método Experimental* se relata cómo se montó el experimento, se especifican detalles del equipo utilizado y se comentan las técnicas de medición. En la sección *Discusión y Resultados* se muestran los resultados obtenidos para las diferentes magnitudes obtenidas, se discuten y se contrastan con las predicciones teóricas. Finalmente en la sección *Conclusiones* se exponen los resultados más relevantes del experimento.

## II. MÉTODO EXPERIMENTAL

Para realizar el conjunto de mediciones se utilizó un fototubo RAC 1P39 montado sobre un pie universal, cubierto por una estructura opaca y aislado con papel de aluminio para protegerlo tanto de la luz externa como de las posibles

interferencias capacitivas e inductivas de sus alrededores (ver Figura 2).

**Figura 2:** Configuración del dispositivo en la medición.

Sobre dicho fototubo se incidió con cinco láseres de frecuencias diferentes (ver Tabla 1), convenientemente polarizados para disminuir su intensidad y focalizados con una lente convergente hacia la placa emisora del fototubo, ya que si el haz incidiese en el colector provocaría el desprendimiento de electrones de este introduciendo errores en la medición de la fotocorriente.

**Tabla 1:**

Colores de láser utilizados en la medición con su respectiva frecuencia.

Color	Frecuencia [ $10^{14}\text{Hz}$ ]
Rojo	4,121
Amarillo	5,054
Verde	5,640
Azul	6,345
violeta	7,418

La medición de la fotocorriente se adquirió por medio de dos instrumentos diferentes: un Electrómetro y un Lock-In. A continuación se explica cómo se llevo a cabo cada una de las mediciones:

#### A. Medición con el Electrómetro

El modelo de electrómetro utilizado en la medición es el Keithley 610C.

Un electrómetro es un instrumento que, entre otras aplicaciones, se puede utilizar para realizar mediciones en un amplio rango de corrientes ( $\approx 10^{-1}\text{A} - 10^{-11}\text{A}$ ). Esta experiencia utilizó el electrómetro en la escala de  $10^{-6}$  y en *modo Normal*, en esta configuración el instrumento obtiene la corriente colocando una resistencia de  $10^6\Omega$  en el circuito, a través de un buffer cuya impedancia de entrada es de  $10^{14}\Omega$  [3] mide la caída de tensión en la misma y por medio de la Ley de Ohm obtiene el valor de la corriente que circula por el circuito.

Las fotocorrientes que se producen en el interior del fototubo son del orden de los microamperes hecho que justifica el uso de un electrómetro en la medición.

La configuración de los polarizadores, láser y lente siempre es la que se muestra en la Figura 2. A continuación se muestra el detalle de la conexión del fototubo al electrómetro, Figura 3.

**Figura 3:** Esquema del circuito de la conexión entre electrómetro y el fototubo.

Usando este esquema de medición se fijaba un valor de potencial de frenado en la fuente variable y luego se determinaba la magnitud de la fotocorriente producida en el fototubo, la cual se leía directamente del display del electrómetro.

En el experimento también se tomaron valores de corriente inversa, es decir que existían potenciales para los cuales los electrones se movían del colector al emisor. Este procedimiento se hizo con cada uno de los láser, obteniendo así un potencial de frenado para cada uno de los colores involucrados.

#### B. Medición con el Lock-In

El modelo de Lock-In utilizado en la medición es el *7220 DSP Lock-In Amplifier*.

Un amplificador Lock-In es básicamente un voltímetro de alterna capaz de extraer señales (con frecuencia conocida) de bajo nivel en un ambiente muy ruidoso. Funciona básicamente como un *filtro pasa-bandas*.

En la medición existían ruidos que podían ser provocados por fuentes de luz ajenas al láser, para solucionar esto se implemento un amplificador Lock-In y para ello se montó el dispositivo que se muestra en la Figura 4.

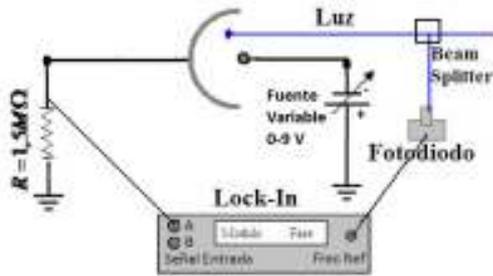
**Figura 4:** Configuración del dispositivo en la medición con el Lock-IN .

Sólo se quería medir señales de fotocorriente generadas por el láser, para ello se usó un instrumento denominado *chopper* que es un disco de bronce con agujeros distribuidos de manera equidistante, este disco gira con una determinada velocidad angular que puede ser regulada por medio de una fuente de tensión variable. El *chopper* interrumpe el haz del láser, generando así una frecuencia de iluminación en el fototubo.

La frecuencia con que se interrumpía el haz (180 Hz) era registrada por un fotodiodo que como se ve en la Figura

4 era interrumpido al mismo tiempo que el láser, con esto se determinaba la frecuencia con que se producía la fotocorriente en el fototubo. Este procedimiento se hizo con todos los láseres excepto con el de color azul.

La configuración experimental utilizada para medir la corriente fotovoltaica provocada por el láser azul fue levemente diferente, dado que el láser utilizado ya se encontraba modulado (“choppiado”) de fábrica con una frecuencia de 750Hz. En la Figura 5 se muestra el dispositivo utilizado con el láser azul.



**Figura 5:** Esquema del circuito utilizado en el experimento para la medición del voltaje de frenado con el lock-in, para la frecuencia 6,345·10<sup>14</sup>Hz (Azul). La luz azul se encontraba modulada por sí sola, por eso se modificó la configuración experimental.

Para dicha frecuencia, se utilizó un divisor de haz o beam-splitter combinado con un fotodiodo para pasarle la señal de referencia al lock-in. Con esta configuración, se pudo rescatar las corrientes fotovoltaicas que tienen la frecuencia de choppeo del láser azul.

Una vez que se lograban medir todas las frecuencias con las que se producía la fotocorriente para cada uno de los láseres se pasaba este valor de referencia al instrumento. El Lock-In sólo registró señales de ese nivel de frecuencia ignorando la producidas por fuentes de iluminación ajenas al láser.

A continuación se muestra en detalle la conexión del fototubo y el Lock-IN:

**Figura 6:** Esquema del circuito de la conexión entre el Lock-In y el fototubo.

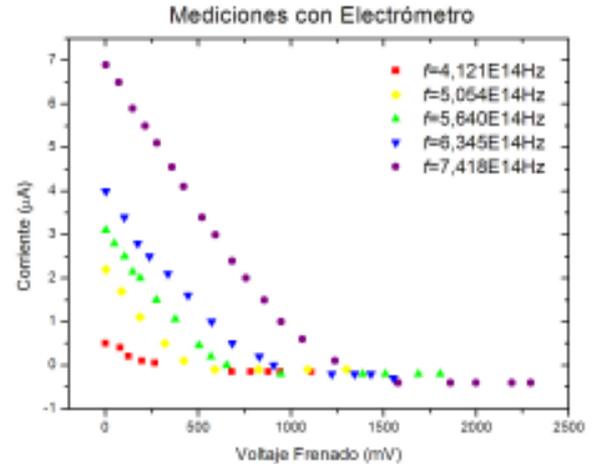
Como se muestra en la Figura 6 se midió la caída de potencial en una resistencia de  $(1,500 \pm 0,001) \times 10^6 \Omega$ , luego a partir de la Ley de Ohm se obtuvo el valor de la fotocorriente. Este procedimiento se hizo con cada uno de los láser excepto el láser azul.

**Nota Importante:** Para disminuir el ruido en el experimento por fuentes de iluminación se midió con la máxima oscuridad posible en el laboratorio.

### III. RESULTADOS Y DISCUSIONES

#### A. Medición con el Electrómetro

A continuación, se presentan las mediciones realizadas con el electrómetro para el voltaje de frenado y la corriente fotovoltaica.



**Figura 7:** Corriente fotovoltaica vs. el voltaje de frenado aplicado con la fuente variable para cinco frecuencias diferentes. Las medidas se hicieron con el electrómetro.

En la Figura 7 se puede observar la diferencia existente entre las corrientes detectadas para las diferentes frecuencias utilizadas. De la misma, se desprende que a mayor frecuencia, mayor es el voltaje de frenado necesario para que la corriente llegue a un estado estacionario.

Resulta curioso que los valores estacionarios para las corrientes se alcancen para valores negativos de la misma. Una posible explicación puede deberse a que si bien se intentó reducir al mínimo los rebotes de los láseres en el interior del fototubo utilizado, no se logró reducirlos en su totalidad. Por consiguiente, puede ser que existieran reflexiones del láser que incidieran sobre el colector, produciendo un efecto fotoeléctrico sobre el mismo. El resultado de este fenómeno podría ser una corriente inversa neta.

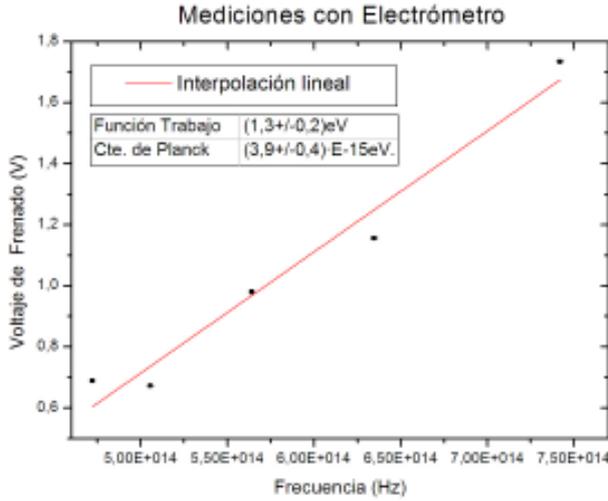
Cabe aclararse que el electrómetro intercaló una resistencia de referencia ( $10^6 \Omega$ ) para realizar las mediciones de corriente, como se comentó en la sección anterior. Se realizaron las respectivas correcciones de los voltajes de frenado a partir de la relación  $V_f = V_f' - |I_{inv}| R_{elec}$ .

En la Tabla 2 se presentan los valores obtenidos para el voltaje de frenado en función de la frecuencia, y en la figura 8 se grafican estos valores (para más detalle sobre la obtención de los voltajes de frenados ver el apéndice).

**Tabla 2:**

Voltaje de frenado para cada frecuencia extraídos de la figura 5. Para más detalle sobre la obtención de estos valores y de sus incertezas, ver apéndice.

Frecuencia [ $10^{14}$ Hz]	Voltaje de Frenado [V]
4,121	$0,68915 \pm 0,00005$
5,054	$0,67331 \pm 0,00005$
5,640	$0,98055 \pm 0,00005$
6,345	$1,15652 \pm 0,00005$
7,418	$1,73401 \pm 0,00005$

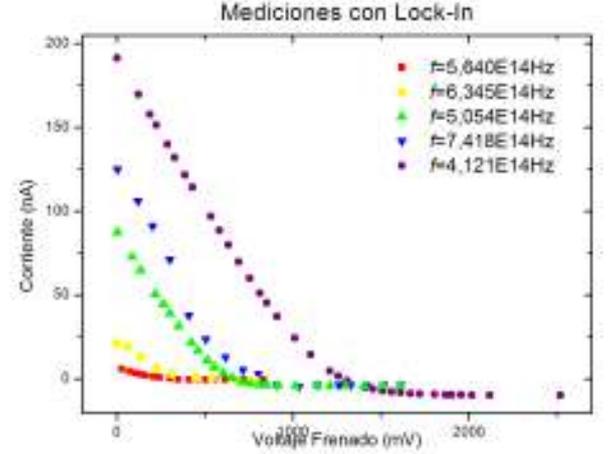


**Figura 8:** Voltaje de frenado vs. frecuencia para las mediciones realizadas con el electrómetro. Se hizo un ajuste lineal de las cantidades obtenidas.

En la Figura 8 se observa la relación lineal presente entre la frecuencia y el voltaje, descrito por la ecuación (5) del modelo teórico. De la pendiente y la ordenada al origen se extrajeron los valores de la constante de Planck y la función trabajo del material utilizado, obteniéndose  $h = (3,9 \pm 0,4) \times 10^{-15} eV.s$  y  $\phi = (1,3 \pm 0,2) eV$ , respectivamente. El valor tabulado para la constante de Planck es de  $h = 4,13566733 \times 10^{-15} eV.s$  [4], la magnitud obtenida en la medición coincide con el valor tabulado dentro de su error relativo. El valor encontrado para la función trabajo del material no pudo ser comparado con un valor tabulado para el fototubo utilizado. No obstante, se comparó su orden de magnitud para valores tabulados de sustancias puras, tales como el bario y el cesio, cuyas funciones trabajo van entre  $1,50 eV$  y  $2,25 eV$  [5], resultando ser aceptable.

### B. Medición con el Lock-In

A continuación se presentan las mediciones realizadas de los valores de voltaje y la corriente fotovoltaica medida con el amplificador lock-in.



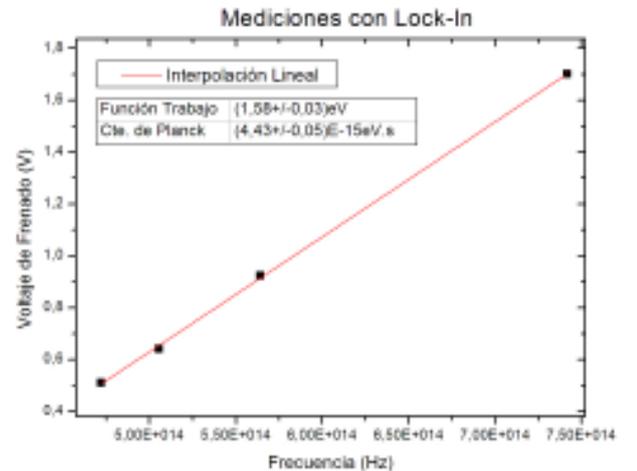
**Figura 9:** Corriente fotovoltaica vs. el voltaje de frenado aplicado con la fuente variable para cinco frecuencias diferentes, medidas con el lock-in.

En la Figura 9 se puede observar la diferencia existente entre las corrientes detectadas para las diferentes frecuencias utilizadas. Nuevamente, se desprende que a mayor frecuencia, mayor es el voltaje de frenado necesario para que la corriente llegue a un estado estacionario. La presencia de estados estacionarios negativos podría explicarse de forma análoga a lo realizado en la sección anterior. En la Tabla 3 se presentan los valores obtenidos para el voltaje de frenado en función de la frecuencia, y en la Figura 10 se grafican estos valores (para más detalle sobre la obtención de los voltajes de frenados ver el apéndice).

**Tabla 3:**

Voltaje de frenado para cada frecuencia extraídos de la Figura 8. Para más detalle sobre la obtención de estos valores y de sus incertezas, ver apéndice.

Frecuencia [ $10^{14}$ Hz]	Voltaje de Frenado [V]
4,121	$0,51167 \pm 0,00005$
5,054	$0,64253 \pm 0,00005$
5,640	$0,92315 \pm 0,00005$
6,345	$0,98087 \pm 0,00005$
7,418	$1,70075 \pm 0,00005$



**Figura 10:** Voltaje de frenado vs. frecuencia para las

mediciones realizadas con el lock-in. En rojo se observa la interpolación lineal realizada según la ecuación (5).

En la Figura 10 se observa la relación lineal presente entre la frecuencia y el voltaje, descrito por la ecuación (5) del modelo teórico. De la pendiente y la ordenada al origen se extrajeron los valores de la constante de Planck y la función trabajo del material utilizado, obteniéndose  $h = (4,43 \pm 0,005) \times 10^{-15} \text{eV}\cdot\text{s}$  y  $\phi = (1,58 \pm 0,03) \text{eV}$ , respectivamente. Con este instrumento de medición la constante de Planck obtenida posee una incerteza del 1%. El valor encontrado para la función trabajo del material obtenido resulta ser aceptable, utilizando el mismo criterio que en la sección anterior.

De tener que elegir uno de dichos valores como representativo, se elegirían los obtenidos mediante el lock-in, ya que se considera que las mediciones realizadas con este amplificador descartan con mayor precisión el ruido existente en la medición, por estar diseñado para dicho fin. Con este instrumento, el movimiento de los experimentadores no afectaba en los valores obtenidos para la corriente (a diferencia de lo que ocurría con el electrómetro). Asimismo, la incerteza obtenida para la constante de Planck y la función trabajo resulta ser menor que la calculada con el electrómetro.

#### IV. CONCLUSIONES

Para la configuración experimental compuesta por el electrómetro, se logró medir la constante de Planck con un error relativo del 10% y para la función trabajo se logró medir un valor aceptable dentro del orden de magnitud tabulado para sustancias puras. Se obtuvo  $h = (3,9 \pm 0,4) \times 10^{-15} \text{eV}\cdot\text{s}$  y  $\phi = (1,3 \pm 0,2) \text{eV}$ .

Para la configuración experimental compuesta por el lock-in, se midió la constante de Planck con un error relativo del 1%, obteniéndose  $h = (4,43 \pm 0,05) \times 10^{-15} \text{eV}\cdot\text{s}$  y  $\phi = (1,58 \pm 0,03) \text{eV}$ . En este caso, la constante de Planck no coincide con el valor tabulado dentro de su error. Una posible explicación reside en la existencia de un error sistemático en la configuración experimental propuesta, se sugiere volver realizar las mediciones para ver si el corrimiento persiste. Por último, se concluye que el valor obtenido con el lock-in es más representativo por el diseño del instrumento de medición y el carácter de las corrientes fotovoltaicas medidas inmersas en un nivel elevado de ruido

#### V. REFERENCIAS

[1] <http://www.sc.edu/sbweb/fisica/cuantica/fotoelectrico/fotoelectrico.htm>

[2] A. Einstein, Über einen die Erzeugung und Verwandlung des Lichtes betreffenden heuristischen Gesichtspunkt, Ann. d. Phys (Drude) 17. Págs. 132-148 (1905).

[3] Keithley 610C Model Manual, [http://www.physics.fsu.edu/courses/Spring02/phy3802L/intlabdoc/instruments/keithley/29113C\(Model610\).pdf](http://www.physics.fsu.edu/courses/Spring02/phy3802L/intlabdoc/instruments/keithley/29113C(Model610).pdf)

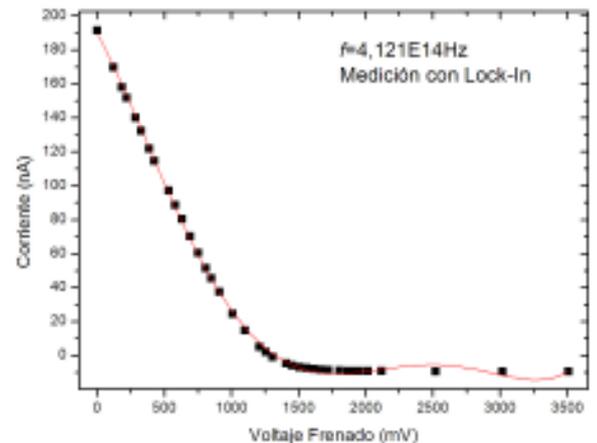
[4] CODATA Value: Planck constant in eV.s, [http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?hev---search\\_for=planck](http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?hev---search_for=planck)

[5] Función trabajo para el efecto fotoeléctrico, [http://www.vaxasoftware.com/doc\\_edu/qui/w\\_e\\_f\\_e.pdf](http://www.vaxasoftware.com/doc_edu/qui/w_e_f_e.pdf)

## VI. APÉNDICES

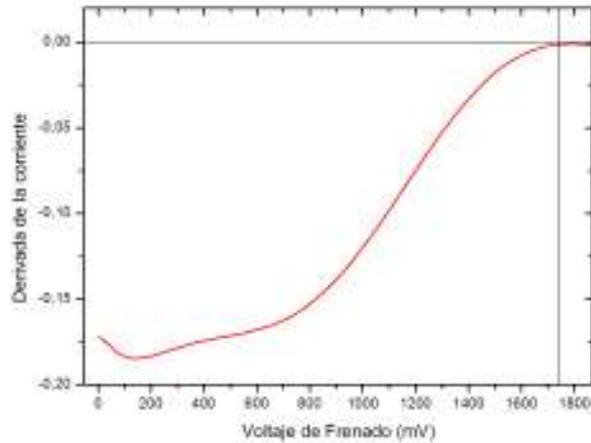
### A. Obtención de los voltajes de frenado

Para obtener el voltaje de frenado para cada frecuencia, se realizó un ajuste lineal con un polinomio de grado 5 para las mediciones de corriente fotovoltaica vs. voltaje de frenado realizadas. A modo de ejemplo, se muestra la interpolación realizada para la frecuencia del violeta ( $7,418 \times 10^{14} \text{Hz}$ ) con el lock-in.



**Figura 11:** Corriente vs. voltaje de frenado para las mediciones realizadas con el lock-in, con el láser violeta. En rojo se observa la interpolación lineal realizada para un polinomio de grado 5.

Se decidió trabajar con una relación polinómica pues se comprobó cambiando las escalas de los ejes a escalas logarítmicas que las curvas medidas no correspondían a relaciones exponenciales o de una sola potencia. El criterio utilizado para la elección de un polinomio de grado 5 fue, básicamente, la disminución del valor de chi-cuadrado con la menor cantidad de potencias posible. El valor de chi-cuadrado obtenido para un polinomio de grado 5 coincidía exactamente con el valor encontrado con un polinomio de grado 8, por lo que se decidió trabajar con el primero. Además, se buscó un polinomio que oscilara lo menos posible al llegar al valor estacionario, es decir, que se pareciera a una constante para valores mayores al voltaje de frenado. En la figura 12 se presenta el resultado de dicha interpolación. Habiendo encontrado el polinomio que cumpliera con los criterios expuestos anteriormente, se procedió a derivarlo.



**Figura 12:** Derivada de la corriente vs. voltaje de frenado para las mediciones realizadas con el lock-in, con láser violeta . En rojo se observa la derivada de la interpolación lineal realizada para un polinomio de grado 5.

En la figura 12 se observa la derivada de la interpolación de grado 5 realizada sobre las mediciones de corriente y voltaje de frenado. Mediante un método gráfico, se buscó el lugar en donde la derivada se hacía nula, y continuaba de esa forma durante un intervalo -recordemos que los polinomios oscilaban alrededor de los valores estacionarios de corriente, por lo que fue imposible mantener la condición de derivada cero hasta la última de las mediciones realizadas-. De esta manera, se estimó el valor del voltaje de frenado y de su error, tomando como este último un intervalo que considerara la incerteza presente en el método gráfico y que considerara los primeros valores de voltaje de frenado que caían en el codo de la derivada. Con respecto a la incerteza presente en las frecuencias de luz utilizadas, se considera que esta última es despreciable frente a las incertezas en el voltaje de frenado, por eso no se especifican. .