

“Estudio y determinación de la cuantización de la carga mediante el método de la gota de Millikan”

Rodrigo Cárdenas Szigety, Patrizio Casali.

*Instituto Balseiro
Marzo de 2011*

Resumen

Se calcularon mediante el método de la gota de aceite de Milikan dos valores de la carga fundamental del electrón mediante dos análisis de los datos obtenidos. Los valores fueron de $(1.97 \pm 0.09) \cdot 10^{-19}$ C, y $(1.84 \pm 0.05) \cdot 10^{-19}$ C. El valor no fue consistente con el valor aceptado de $1.602176487 \cdot 10^{-19}$ [3] debido a parámetros no tenidos en cuenta en las mediciones.

1.Introducción

La carga es una propiedad de la materia que es el origen de interacciones entre cuerpos que la poseen. Esta interacción es la fuerza eléctrica que, sobre un cuerpo, es directamente proporcional a la carga que contiene. Una propiedad fundamental de la carga es su cuantización, esto es, que solo se manifiesta en múltiplos enteros de una cierta cantidad fundamental. Robert Millikan obtuvo evidencia experimental de este hecho en el año 1909 cuando realizó su experimento de la gota de aceite. Este consistió en efectuar una aspersión de aceite entre las placas de un capacitor de placas paralelas cargado. El hecho de atomizar aceite por un fuelle asegura que, por rozamiento, las gotas adquieran carga eléctrica y al ingresar al capacitor cargado experimenten una fuerza eléctrica. El sentido de esta fuerza puede variarse invirtiendo la polaridad del capacitor. De esta manera observado una gota en particular y midiendo su velocidad límite constante de descenso y ascenso dentro del capacitor se puede determinar la carga que contiene la gota. Millikan observó en su experimento que las cargas medidas para las gotas resultaban ser múltiplos de cierta cantidad. Esto arrojó evidencia acerca de la cuantización de la carga, hecho que al día de hoy no se ha podido refutar experimentalmente. En el presente trabajo se utilizará un método similar al de Millikan para determinar el valor de carga fundamental.

A continuación se muestra cómo calcular el valor de carga neta para una gota midiendo sus velocidades límite de ascenso y descenso. Para esto considérese una gota esférica de densidad ρ_{aceite} , radio R y con carga neta Q en un campo gravitatorio constante y en un medio viscoso como el aire. Como la gota se mueve en un medio viscoso y actúan inicialmente sobre ella fuerzas constantes como la fuerza eléctrica, el empuje del medio y el peso, existirá un régimen de velocidad constante de ascenso o descenso. Las fuerzas que actúan sobre la gota en este régimen se muestran en la figura 1.

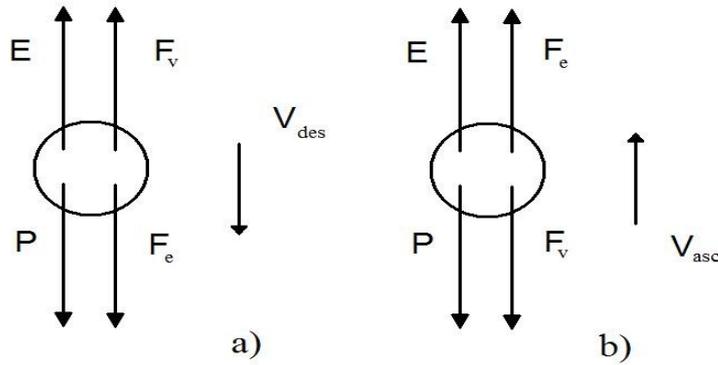


Fig 1. Fuerzas actuantes sobre una gota en: a) descenso y; b) ascenso.

En esta F_e es la fuerza eléctrica, E el empuje del aire sobre la gota, P es su peso y F_v es la fuerza viscosa. Como P y E siempre tienen la misma dirección, la fuerza que puede provocar el ascenso o descenso de la gota es la F_e que puede invertirse y con ella la velocidad v_{des} ó v_{asc} , si la masa de la gota es suficientemente pequeña. En el régimen de velocidad constante ocurre que:

$$E + F_v - P - F_e = 0 \quad (1)$$

$$E + F_e - P - F_v = 0 \quad (2)$$

Donde la ec. 1 vale para los descensos y la ec. 2 para los ascensos. Considerando el aire como fluido laminar en los estados de ascenso y descenso entonces F_v se puede escribir en términos de la ley de Stokes. Considerando además las densidades del aire y el aceite y la expresión del campo eléctrico para un capacitor con placas paralelas con área relativamente grande, las ecs. 1 y 2 se reescriben como:

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{aire} g - \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{aceite} g + 6 \pi R \eta v_{des} - Q \frac{V}{d} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{aire} g - \frac{4}{3} \pi R^3 \rho_{aceite} g - 6 \pi R \eta v_{asc} + Q \frac{V}{d} = 0 \quad (4)$$

Donde η es la viscosidad del aire, ρ_{aire} la densidad del aire, g la aceleración de la gravedad, V la diferencia de potencial entre las placas del capacitor y d la distancia entre placas. Combinando las ecs. 3 y 4 se obtiene una expresión para la carga:

$$Q = \frac{9d \pi (v_{asc} + v_{des})}{2V} \sqrt{\frac{\eta^3 (v_{asc} - v_{des})}{g (\rho_{aire} - \rho_{aceite})}} \quad (5)$$

De la ec. 5 conociendo parámetros del aire, del aceite y del capacitor y las velocidades límites de ascenso y descenso de un gota se puede obtener la carga neta de esta.

2. Método experimental

Para realizar el experimento se utilizó un capacitor de placas paralelas circulares conectado a una llave inversora conectada a su vez a una fuente de tensión. La aspersión de las gotas de aceite se realizó a través de una ranura presente en el capacitor presionando la ampolla del instrumento que se indica en la figura 2. El movimiento de las gotas de aceite se observó a través de otra ranura del capacitor utilizando una cámara CCD con una lente conectada a un monitor. La iluminación del interior del capacitor se logró a través de una tercer ranura. Inicialmente se iluminó el interior del capacitor con una lámpara dicróica pero luego fue reemplazada por un láser debido a que el ancho de la región iluminada por este en el capacitor era menor reduciendo así el error cometido al no conocer la distancia exacta de la cámara CCD a la gota que se observa. Además la menor disipación de calor del láser en sus alrededores en comparación con la dicróica evitaría posibles corrientes de convección dentro del capacitor y la evaporación de las gotas.

Al inicio y al final de cada sesión de medición se midió la temperatura dentro del capacitor y la presión atmosférica. La viscosidad del aire y su densidad se obtuvo de [1] y [2] respectivamente, mientras que la densidad del aceite desconocido fue medida utilizando una pipeta y una balanza, y fue de $(845 \pm 10) \text{ kg/m}^3$.

El capacitor utilizado permitía remover su placa superior, la cual estaba sostenida por tres pequeños cilindros de acrílico colocados dentro del capacitor que la separaban de la otra placa. De este modo se midió la distancia entre las placas midiendo la longitud de los cilindros.

Para obtener mayor precisión en la medición de la tensión se utilizó un multímetro conectado directamente a las terminales de las placas.

El capacitor estaba montado sobre una plataforma cuya inclinación era regulada por una serie de tornillos que fueron ajustados de modo que la fuerza de gravedad actuara perpendicularmente a las placas.

Las velocidades de las gotas fueron medidas colocando una lámina transparente sobre la pantalla del monitor que tenía marcada dos rectas verticales paralelas a las placas del capacitor señalando una distancia conocida por calibración. Dicha calibración se realizó observando en la pantalla una regla colocada dentro del capacitor en la región de mayor iluminación. Además se consideró un error debido a la variación de esta longitud al colocar la regla en los extremos de la zona iluminada. En las últimas mediciones también se tuvo en cuenta otro error debido a la desviación de la trayectoria de cada gota respecto de la recta perpendicular a las rectas marcadas en la pantalla. Para esto se midió, por cada gota, la desviación en un ascenso y un descenso utilizando una regla y el resultado de la calibración. Las velocidades se obtuvieron midiendo con un cronómetro el tiempo utilizado por cada gota en recorrer esa distancia. Luego de obtener esa velocidad se demoró un tiempo en invertir la tensión entre las placas mediante la llave inversora para que en la siguiente medición la gota llegue a la región de medición con su velocidad terminal.

Finalmente se calculó la carga de cada gota utilizando la ec. 5 con la velocidad de ascenso y descenso obtenidas del promedio de todas las velocidades correspondientes para cada gota. El error tenido en cuenta en estas fue la desviación estándar del promedio, el debido al error de calibración y el debido a las desviaciones de las trayectoria de cada gota.

Estudio y determinación de la cuantización de la carga mediante el método de la gota de Millikan.
R. Cárdenas Szigety, P. Casali.

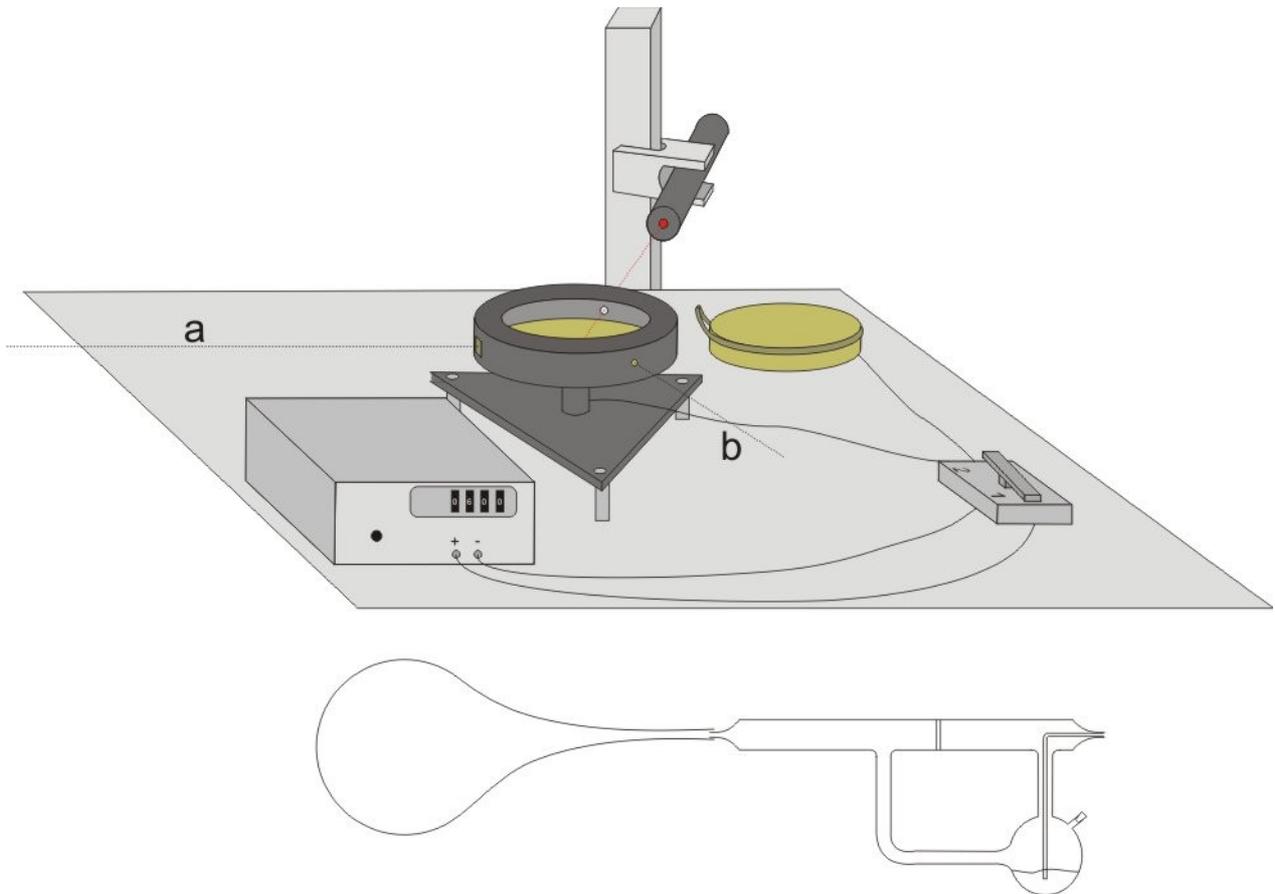


Fig 2. Esquema del arreglo experimental utilizado. Se observa el capacitor desmontable, la llave inversora, el láser y la fuente de tensión. La cámara para observar las gotas se colocó en la ranura “a” mientras que la aspersión de gotas de aceite se realizó en la ranura “b” mediante el instrumento indicado en la parte inferior de la figura.

3.Resultados y discusión

Se midieron los valores de carga neta de 155 gotas. El análisis de los datos que se presenta a continuación se hizo con los 88 valores de carga menores, esto se hizo para tener la posibilidad de observar la carga mínima que se registra. A partir de estos datos se confeccionó el histograma de la la figura 3 con la carga medida en coulombs según la ec. 5.

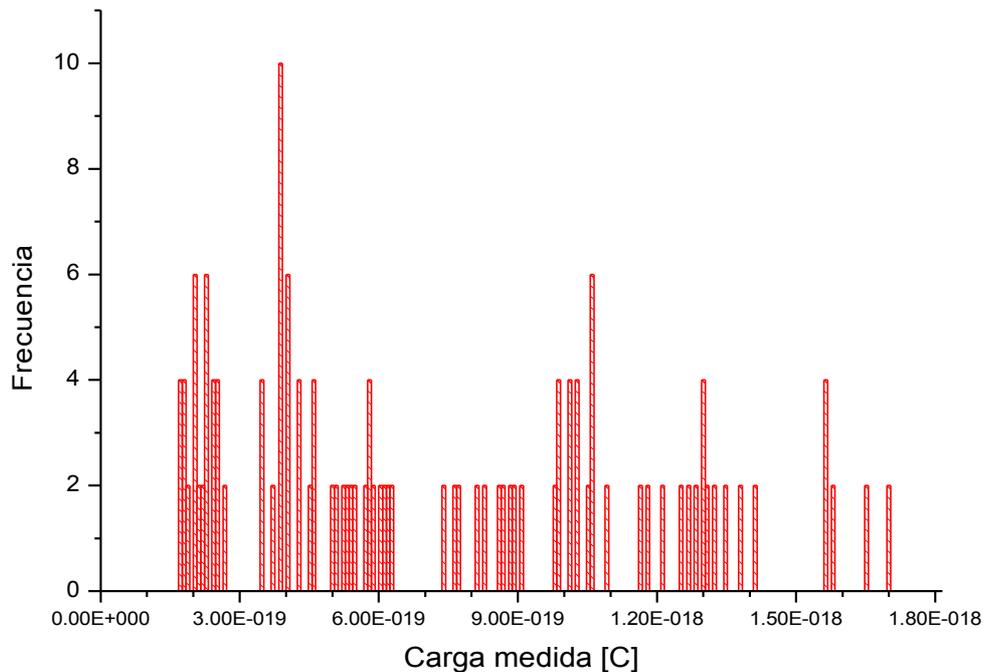


Fig 3. Histograma de frecuencia de observación vs. carga medida.

No se notan picos marcados en el histograma que evidencien directamente la cuantización de la carga, pero si se notan los dos iniciales que se encuentran cercanos a los valores de carga de $2 \cdot 10^{-19}$ C y $4 \cdot 10^{-19}$ C. Para valores cercanos a $6 \cdot 10^{-19}$ C el pico es menos notorio y no es tan evidente asociarlo al hecho de carga cuantizada, lo mismo ocurre con los valores cercanos a $9 \cdot 10^{-19}$ C. Para los valores cercanos a 10^{-18} C se nota un pico mas notorio con una separación del resto de los datos. Para valores posteriores la discretización no es tan evidente.

Para estimar qué conjuntos de datos del histograma pueden ser asociados a múltiplos de un valor de carga fundamental se tomó el valor medio correspondiente al primer pico correspondientes al rango de valores de carga de $1.70 \cdot 10^{-19}$ C a $2.74 \cdot 10^{-19}$ C. Este pico del histograma se diferencia del siguiente ya que existe un rango de valores de $2.75 \cdot 10^{-19}$ C hasta $3.48 \cdot 10^{-19}$ C con frecuencias nulas. El valor medio obtenido para este pico fue $(2.0 \pm 0.1) \cdot 10^{-19}$ C que fue calculado por promedios pesados de los datos correspondientes al mencionado pico del histograma y el error considerado fue el de apreciación de las mediciones utilizadas para calcular la carga. Definiendo este valor como la unidad de carga fundamental se puede ver a qué valores en el histograma corresponden los múltiplos enteros, esto se muestra en la figura 4.

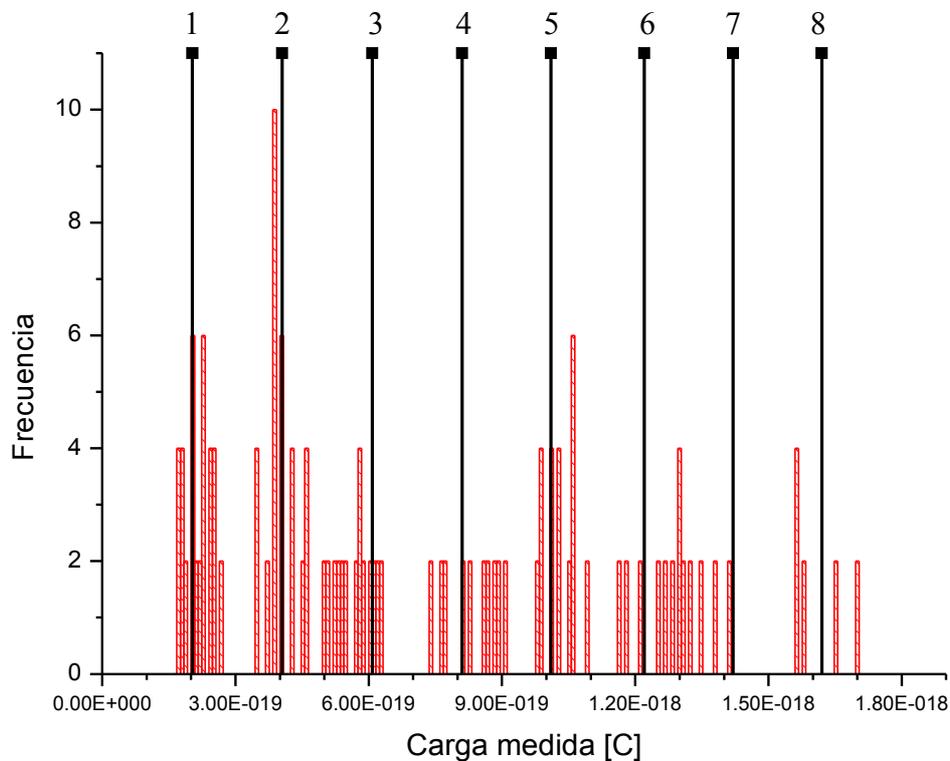


Fig 4. Histograma de frecuencia de observación vs. carga medida con los múltiplos de la carga fundamental definida como $2.0 \cdot 10^{-19}$ C, los cuales se indican con las barras verticales.

Estos valores múltiplos de la carga fundamental definida muestran una estimación de cuáles son los conjuntos de datos del histograma que podrían estar asociados a valores discretos de dicha carga fundamental. Se nota que el pico del histograma que comprende los valores de $3.49 \cdot 10^{-19}$ C a $4.57 \cdot 10^{-19}$ C corresponde a dos cargas fundamentales. El rango de valores de $5.05 \cdot 10^{-19}$ C a $6.32 \cdot 10^{-19}$ C se asocia al valor de tres cargas fundamentales y de la misma forma se asocia el rango de valores de $9.76 \cdot 10^{-19}$ C a $1.09 \cdot 10^{-18}$ C a cinco veces la carga fundamental. Para los datos cercanos al valor de $1.3 \cdot 10^{-18}$ C y mayores no se evidencia que la distribución de datos pueda estar asociada a un múltiplo de la carga establecida. Para los cuatro picos seleccionados se calculó el valor medio de la misma manera que se hizo para establecer la carga fundamental y se supuso que son los valores de carga correspondientes a una, dos, tres y cinco cargas. Entonces se confeccionó un gráfico del valor de carga vs. su número de cargas fundamentales asociado, el cual se muestra en la figura 5.

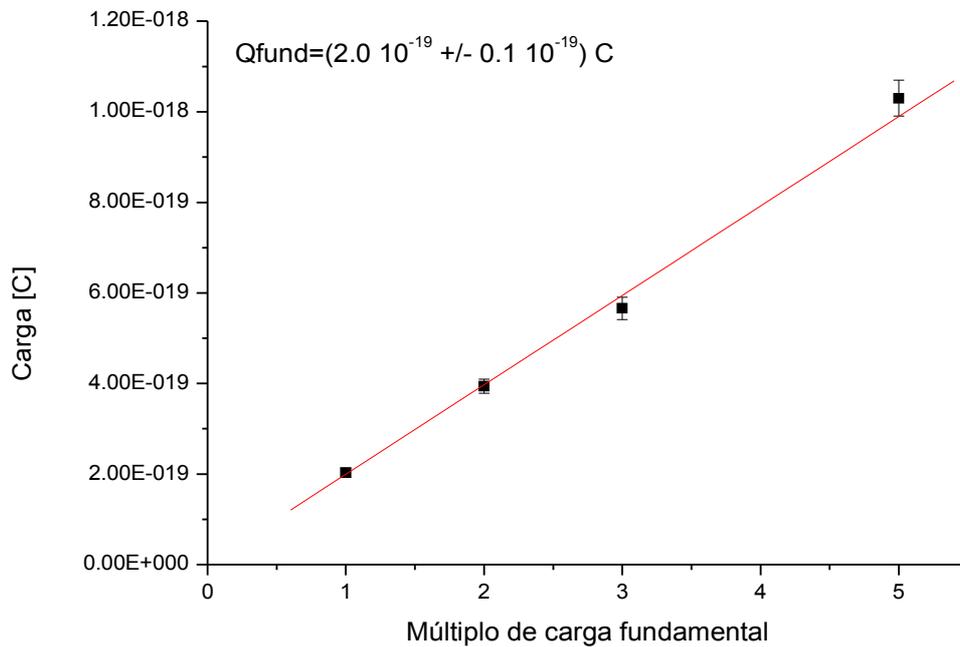


Fig 5. Gráfico de carga vs. múltiplos de carga fundamental.

De la regresión lineal efectuada con estos datos se obtuvo el valor de la pendiente de la recta que es el valor correspondiente a la carga fundamental. Este valor es de $(1.97 \pm 0.09) \cdot 10^{-19} \text{ C}$.

Por otro lado se efectúa otro análisis basado en tomar la carga fundamental como la diferencia entre los valores medios de los dos primeros picos del histograma de la figura 3. Se toman éstos ya que dan la mejor estimación de la carga fundamental al poseer las mayores frecuencias, poseer una de las menores diferencias entre picos y una separación bien definida. Así se obtiene una carga fundamental de $(1.9 \pm 0.2) \cdot 10^{-19} \text{ C}$. Definiendo este valor como la unidad de carga fundamental se puede ver a qué valores en el histograma corresponden los múltiplos enteros, esto se muestra en la figura 6.

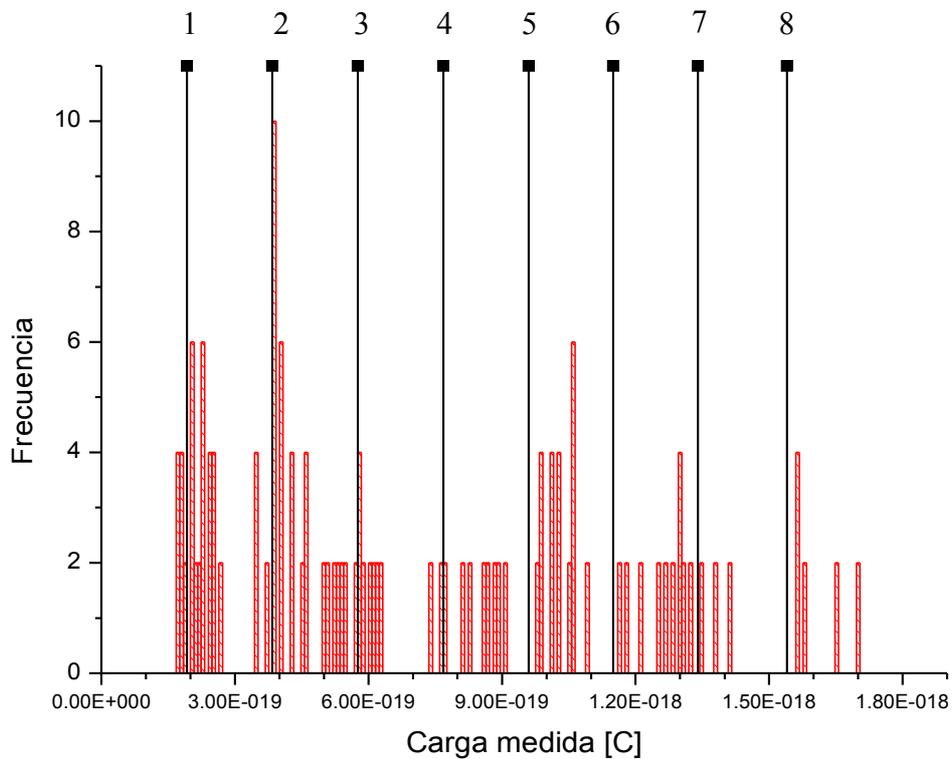


Fig 6. Histograma de frecuencia de observación vs. carga medida con los múltiplos de la carga fundamental definida como $1.9 \cdot 10^{-19}$ C, señalados con las rectas verticales.

Se nota que los picos del histograma que mejor se corresponden con los múltiplos de carga fundamental estimada son los tres primeros picos. Los rangos de valores de éstos son de $1.70 \cdot 10^{-19}$ C a $2.74 \cdot 10^{-19}$ C para la carga fundamental, $3.49 \cdot 10^{-19}$ C a $4.57 \cdot 10^{-19}$ C para dos veces la carga fundamental y $5.05 \cdot 10^{-19}$ C a $6.32 \cdot 10^{-19}$ C para tres veces la carga fundamental. De la misma forma que el análisis anterior se tomaron los valores medios de los picos que mejor se aproximan a los múltiplos de la carga fundamental estimada y se confeccionó el gráfico de la figura 7.

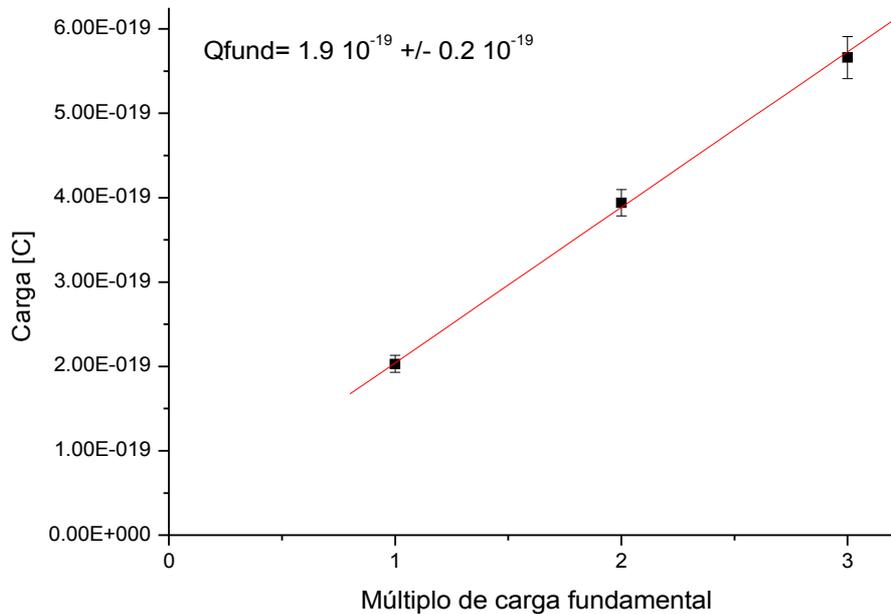


Fig 7. Gráfico de carga vs. múltiplos de carga fundamental.

De la regresión lineal efectuada con estos datos se obtuvo el valor de la pendiente de la recta que es el valor correspondiente a la carga fundamental. Este valor es de $1.84 \cdot 10^{-19} \pm 0.05 \cdot 10^{-19}$ C.

En resumen se efectuaron dos análisis de los datos del histograma de la figura 3, uno considerando el pico correspondiente a los menores valores de carga medidos como estimador de la carga fundamental y otro considerando la diferencia entre dicho pico y el consecutivo. Los resultados obtenidos fueron respectivamente $(1.97 \pm 0.09) \cdot 10^{-19}$ C y $(1.84 \pm 0.05) \cdot 10^{-19}$ C.

Sabiendo que la carga del electrón aceptada es de $1.602176487 \cdot 10^{-19}$ C [3], existen discrepancias entre este valor y los reportados en esta experiencia. Esta discrepancia se puede deber a no haber considerado la posible pérdida de masa de las gotas debido a la presión de vapor del aceite y el calentamiento debido al instrumento de iluminación, más factible al usar la lámpara dicróica, y las posibles corrientes de convección provocadas por esta en las primeras mediciones, que fueron la mayoría. Además en estas mediciones no se tuvo en cuenta ningún error de desviación de las gotas. Otra posible causa es la presencia de impurezas en el aceite que podrían alterar la densidad medida del mismo. También podría mencionarse los efectos de borde del campo eléctrico entre las placas del capacitor, que harían que este no fuera uniforme. Finalmente la perpendicularidad de las placas del capacitor respecto de la fuerza de gravedad podría no haberse conseguido totalmente.

4. Conclusión

Se estimaron mediante el método de las gotas de aceite de Milikan dos valores de la carga fundamental del electrón mediante dos análisis de los datos medidos. Considerando el grupo de mediciones de menor carga como estimador de la carga fundamental (figura 3) se obtuvo $(1.97 \pm 0.09) \cdot 10^{-19}$ C, y considerando la diferencia entre los dos grupos consecutivos más prominentes y diferenciables se obtuvo $(1.84 \pm 0.05) \cdot 10^{-19}$ C, los cuales corresponden a los dos primeros picos en la figura 3. Este valor discrepa con el valor aceptado de $1.602176487 \cdot 10^{-19}$ C

Estudio y determinación de la cuantización de la carga mediante el método de la gota de Millikan.
R. Cárdenas Szigety, P. Casali.

[3].

Como mejora al procedimiento seguido se debería utilizar un láser en todas las mediciones y realizar un mayor número de mediciones teniendo en cuenta las desviaciones de las gotas. Además se debería escoger más cuidadosamente el aceite y lograr mayor precisión en la medida de la inclinación de las placas del capacitor.

5. Referencias

[1] LMNO Engineering, Research, and Software, Ltd.

URL: <http://www.lmnoeng.com/Flow/GasViscosity.htm> (2011).

[2] CRC Handbook of Chemistry & Physics (1976).

[3] The NIST reference on constants, units, and uncertainty.

URL: http://physics.nist.gov/cgi-bin/cuu/Value?e|search_for=electron+charge (2011).