

1- Se quiere medir la diferencia de temperatura entre dos puntos (1 y 2), indicados en la figura, de una barra sumergida parcialmente en nitrógeno líquido. Se sabe que el punto 1 está a una temperatura de aproximadamente 273 K y el punto 2 de aproximadamente 100 K, pero se requiere la mejor precisión posible con el instrumental con que se cuenta. La medición se hará con termómetros resistivos. Se usará el método de 4 puntas.

Se cuenta con dos fuentes de corriente fija, de alta precisión, que brindan (1.000 ± 0.001) mA, y dos voltímetros que funcionan en el rango de 0 V a 1 V capaces de apreciar 1 mV. El error instrumental indicado por el fabricante de los voltímetros es $(\% 0.1 + 1 \text{ dig})$.

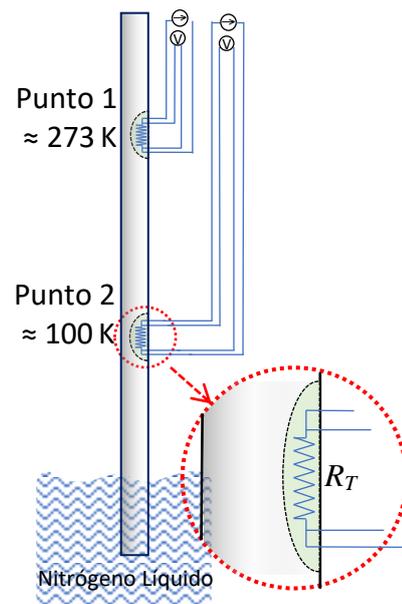
Se cuenta además con termómetros resistivos de distintos metales puros cuya característica R vs T es lineal en el rango de interés de nuestra medición como se indica en la ecuación. Su coeficiente lineal, α , en K^{-1} , se muestra en la tabla juntamente con su resistencia a 273 K indicada por el proveedor de los termómetros resistivos.

Indique el error de la resistencia medida en cada caso para los puntos 1 y 2 y el error de la temperatura calculada. ¿Cuál material elije para el termómetro y por qué?

$$R_T = R_0 [1 + \alpha (T - T_0)]$$

Metal	Resistencia a 273.15K [Ω]	Coeficiente α [K^{-1}]
Cu	900.0	0.00386
Pt	100.0	0.003927
Al	500.0	0.00429

La incerteza de los valores de la tabla es de una unidad en la última cifra significativa indicada



2- Se ha encomendado a un grupo de alumnos la tarea de medir la densidad de una varilla de cobre ($\rho_{\text{referencia}} = 8900 \text{ kg/m}^3$). En la tabla que se toma como referencia se indica que el error está en la última cifra significativa.

a. Los estudiantes α y β han examinado la varilla y han considerado que tiene una sección cilíndrica. Ambos proponen calcular la densidad de la siguiente manera:

$$\rho_{\text{varilla}} = \frac{4m_{\text{varilla}}}{\pi D_{\text{varilla}}^2 L_{\text{varilla}}}$$

donde $m_{varilla}$ es la masa, $D_{varilla}$ el diámetro y $L_{varilla}$ la longitud.

Deciden competir para determinar quién logra la mejor medición de la densidad, lo que lleva a que utilicen distintos instrumentos del limitado repertorio del laboratorio. En la Tabla 1, se presentan las mediciones que realizaron ambos alumnos. Sin calcular el valor obtenido por cada alumno, ¿cuál de los dos cree que ha seleccionado mejor su conjunto de instrumentos? Justifique su respuesta en base a la teoría de errores.

Table 1: Primera terna de mediciones de α y β

Alumno	$m_{varilla}$ [g]	$L_{varilla}$ [mm]	$D_{varilla}$ [mm]
α	112.7 ± 0.1	75.69 ± 0.05	14.611 ± 0.001
β	112.663 ± 0.001	75.74 ± 0.02	14.57 ± 0.02

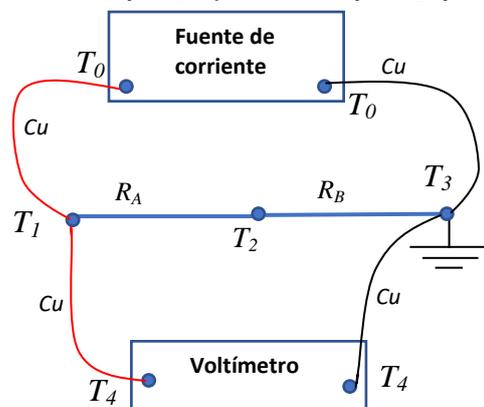
b. Calcule y reporte el valor de la densidad medido por cada alumno junto con su error. ¿Son compatibles estos resultados?

c. Luego de comparar los resultados, α y β deciden unificar metodologías y compartir instrumentos de medición para mejorar los resultados obtenidos. Aun así, cada uno decide medir por su lado, obteniendo los resultados de la Tabla 2. Calcule los nuevos resultados de densidad con su error. ¿Son compatibles estos resultados?

Table 2: Segunda terna de mediciones de α y β

Alumno	$m_{varilla}$ [g]	$L_{varilla}$ [mm]	$D_{varilla}$ [mm]
α	112.654 ± 0.001	75.72 ± 0.02	14.464 ± 0.001
β	112.660 ± 0.001	75.74 ± 0.02	14.716 ± 0.001

3- En el circuito de la figura se tienen 2 resistencias (R_A y R_B), de 2 materiales distintos (A y B), conectadas en serie. El punto de unión entre R_B y los cables que llevan a los instrumentos está puesto a tierra. Además, los extremos de cada resistencia están a distintas temperaturas: T_1 y T_2 para R_A y T_2 y T_3 para R_B . La fuente de corriente está a una temperatura T_0 , mientras que el voltímetro está a T_4 . Con la fuente se impone una corriente I en el circuito.



- ¿Qué tensión mide el voltímetro?
- ¿Qué datos necesitaría para medir con este circuito la temperatura T_2 ?

4- Se quiere obtener la longitud de una barra de metal, por lo que en el laboratorio se la mide múltiples veces en forma independiente con

a) un calibre (cuyo error de apreciación es 0.05 mm), y se obtienen los siguientes resultados (en mm): 30.45, 30.60, 30.25, 30.50, y 30.30.

b) con un micrómetro digital (cuyo error de apreciación es 0.001 mm), también reiteradas veces en forma independiente, obteniendo (en mm): 30.405, 30.399, 30.401, 30.395, 30.401.

Indique cómo reportaría cada uno de los resultados de las mediciones a) y b).

5- Para una variable y se espera que tenga una dependencia

$$y = A f(x) + B g(x),$$

donde A y B son coeficientes desconocidos y $f(x)$ y $g(x)$ son funciones definidas (como por ejemplo $f = x$ y $g = x^2$, o $f = \cos(x)$ y $g = \sin(x)$).

Use el principio de máxima verosimilitud para escribir las ecuaciones que deben cumplir los mejores estimadores de A y B basados en un conjunto de datos (x_i, y_i) , $i = 1, \dots, N$. Solo existe incerteza en los valores de y_i , y es la misma para todo i (σ_y).