

Física Experimental II

Laboratorio II

MMXX

--Theory is when one knows everything but nothing works--
--Practice is when everything works but nobody knows why--
--In our laboratory theory and practice go hand in hand:
NOTHING WORKS AND NOBODY KNOWS WHY !

¿Quiénes somos?

Nombre	Lugar de Trabajo	Teléfono
Horacio Arnaldi	Proyecto Auger	5545
Fabian Bonetto	LCB (Lab. Cavitación y Biotecnología)	5238
<u>Alejandro Butera</u>	Resonancias Magnéticas	5158
Sergio Encina	LASIE	5424
Gustavo Gelardi	CONAE	
Nestor Haberkorn	Bajas Temperaturas	5171
Enrique Kaul	LASIE	5923
Eduardo Martínez	Dispositivos y Sensores	5963
Martín Nuñez	Resonancias Magnéticas	5158
Hernán Pastoriza	Bajas Temperaturas	5171
María Laura Pedano	Fotónica y Optoelectrónica	4846
Willy Pregliasco	Aplicaciones Forenses de la Física	5510
Leonardo Salazar Alarcón	Bajas Temperaturas	5171
Sergio Suárez	Medicina Nuclear y Radioterapia	5525
Germán Zoja	Pañol Física Experimental IB	4945
Tamara Guerrero	Pañol Física Experimental IB	4945
Daniel Chueca	Pañol Física Experimental IB	4945

E-mail cátedra: ib.experim2@gmail.com

Página web: http://catedras.ib.edu.ar/index.php/F%C3%ADsica_Experimental_II

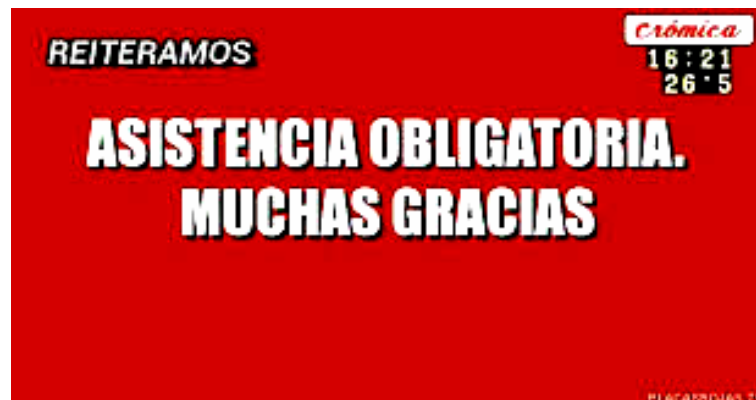
Reglas del juego:

Días y horarios:

14.45 a 19.45 hs

Lunes y miércoles de ~~14.30 a 19.30 hs~~

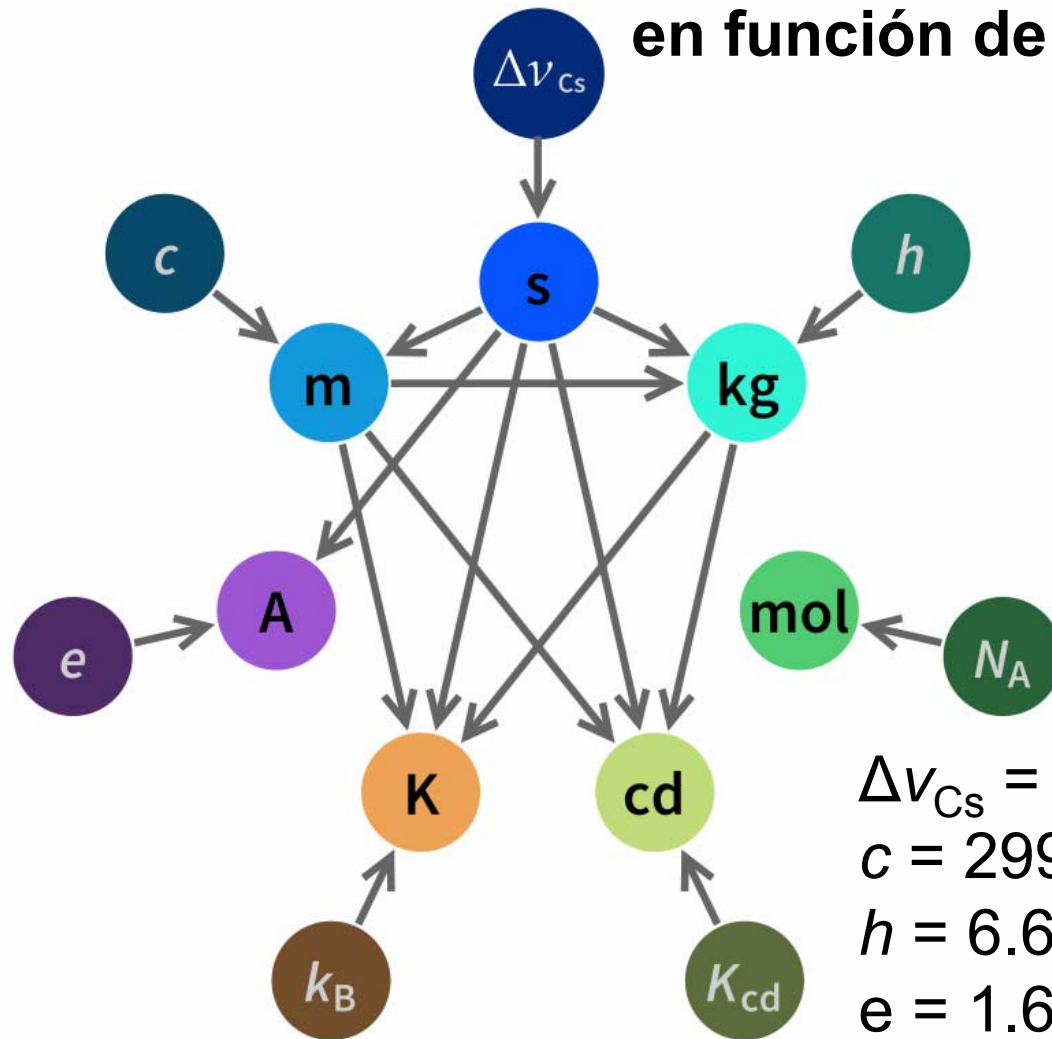
ASISTENCIA OBLIGATORIA



Experimentos:

- Cada alumno realizará 4 experimentos (7 u 8 clases c/u) que deberán cubrir las categorías:
 - Físicos:
 - Experimento histórico/constante fundamental.*
 - Medición propiedad física de un material.
 - Utilización de un equipo de alto vacío.
 - Adquisición de datos por computadora.

20 may 2019 - redefinición de las unidades base del SI en función de constantes universales



$$\Delta\nu_{\text{Cs}} = \Delta\nu(^{133}\text{Cs})_{\text{hfs}} = 9192631770 \text{ s}^{-1}$$

$$c = 299792458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$h = 6.62607015 \times 10^{-34} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$$

$$e = 1.602176634 \times 10^{-19} \text{ A} \cdot \text{s}$$

$$k = 1.380649 \times 10^{-23} \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$$

$$N_A = 6.02214076 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$$

$$K_{\text{cd}} = 683 \text{ cd} \cdot \text{sr} \cdot \text{s}^3 \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

Experimentos:

- Telecos:

Deberán hacer al menos un experimento clasificado como “de Telecomunicaciones”

- Física Médica:

Deberán hacer al menos un experimento orientado a Física Médica.

Práctica	HCF	PM	VA	ADQ	TEL	MED	DE
Corrientes de Foucault - Levitación y arrastre magnéticos		X		X	X		1
Adsorción de gases en sólidos		X					1
Susceptibilidad alterna en conductores- Skin depth		X		X	X		1
Determinación de la relación e/m del electrón por el método de Busch	X				X		1
Velocidad de la luz	X				X		1
Efecto Fotoeléctrico	X						1
Difracción con Ultrasonido					X		1
Plasmones superficiales en películas delgadas		X	X				2
Espectro de radiación de un filamento	X		X		X		2
Cañón iones de argón			X				2
Difracción de luz por ultrasonido (Raman-Nath)		X		X			2
Transferencia de calor a través de un gas		X	X				2
Interacción de radiación gamma con la materia		X				X	2
Ruido Johnson: Fluctuaciones en una resistencia eléctrica	X			X	X		2
Característica de emisión de antenas				X	X		2
Guía de ondas				X	X		2
Adquisición de datos sincrónica (lock-in)				X	X		2
Detección de objetos y movimiento de personas mediante señales de Wi-Fi				X	X		2
Efecto Zeeman: Desdoblamiento de niveles cuánticos por campo magnético	X			X			3
Juntura semiconductora: Medición del gap de energía		X		X	X		3
Magnetómetro de muestra vibrante		X		X			3
Radiación de cuerpo negro (Stefan-Boltzmann)	X		X	X			3
Resistividad y reflectividad versus espesor en películas delgadas metálicas		X	X	X			3
Superconductividad y Termodinámica		X		X			3
SMOKE (efecto Kerr magneto-óptico superficial)		X		X			3
Lazo de seguimiento de fase (PLL Phase locked loop)				X	X		3
Difracción de Rayos X		X					3
Dosimetría de Radiación Ionizante por EPR		X		X		X	3
Soluciones Reales		X					3
Pinzas Ópticas		X			X		3

Equipos de Trabajo

- Para realizar los experimentos se formarán grupos de trabajo de **dos alumnos**.
- Se espera que los grupos **no se repitan** para otras prácticas.
- Pueden formarse parejas F-F, T-T, F-T, T-F.

Cronograma preliminar

2020						
	LUNES	MIÉRCOLES		Feriados	LUNES	MIÉRCOLES
	Laboratoio	Laboratorio		Fecha Entrega Inf.	Clases	Pizarrón
FEBRERO	3	5	PRACTICA I		Generalidades + Incertezas I	incerteza II
FEBRERO	10	12	8		Ajuste no lineal + escritura de info	Vacio I
FEBRERO	17	19			Vacio II	Interfases + Leng. Comunic
FEBRERO	24	26			carnaval	Lock-In
MARZO	2	4	PRACTICA II		Cómo dar una charla	
MARZO	9	11	8			
MARZO	16	18		1er informe 16/03/2020		
MARZO	23	25			feriado	
MAR/ABR	30	1			2-charlitas	2-charlitas
ABRIL	6	8			Semanita	Semanita
ABRIL	13	15	PRACTICA III	2do informe 15/4/2020	2-charlitas	2-charlitas
ABRIL	30	22	7		2-charlitas	2-charlitas
ABRIL	27	29			2-charlitas	2-charlitas
MAYO	4	6			2-charlitas	2-charlitas
MAYO	11	13	PRACTICA IV		2-charlitas	2-charlitas
MAYO	18	20	7	3er informe 18/5/2020	2-charlitas	2-charlitas
MAYO	25	27			feriado	
JUNIO	1	3		Exposición POSTERS		

Entrega de Informes

- **DOS semanas** luego de la finalización del experimento, hasta las 23:59 hs.
- No se aceptarán entregas tardías. Un informe no entregado a tiempo significa un experimento **no aprobado**.
- Los informes se entregarán en formato electrónico PDF a ib.experim2@gmail.com. Extensión aproximada **5 páginas**.
- Puede presentarse un **pre-informe** a alguno de los docentes antes de la fecha de entrega.
- El informe del **último experimento** se presentará en forma de **póster** la última clase del curso.

Clases de pizarrón

- Durante la primera mitad del cuatrimestre se dictarán clases en el pizarrón que cubrirán técnicas habituales de laboratorio como vacío, incerteza en las mediciones, ajuste de datos, interfaces, adquisición de datos en forma automática, amplificador Lock-in, etc.

Charlas por parte de los alumnos

- Durante la segunda mitad del cuatrimestre cada alumno dará una charla sobre alguna de las prácticas que realizó. La duración de la misma será de **20 minutos** más 10 minutos de preguntas y discusión.

Nota Final

- Se elaborará una nota de concepto final sobre la base de las notas de los informes, la manera de trabajar en el laboratorio, la charla individual y el examen final.

Examen Final

- Habrá que exponer sobre una práctica realizada por el alumno en el cuatrimestre.
- Se harán preguntas sobre los temas dados en clase.
- Es condición necesaria aprobar este examen para hacer lo propio con la materia.

[illegible]

Tratamiento de las incertezas en la medición, y algo más...

*The test of all knowledge is
experiment. Experiment is the sole
judge of scientific 'truth'.*

Richard Feynman

Tratamiento de las incertezas en la medición

Bibliografía:

--**Measurements and their Uncertainties. A practical guide to modern error analysis.** IFAN G. HUGHES, THOMAS P. A. HASE, Oxford, 2010.

--**An introduction to error analysis: the study of uncertainties in physical measurements, 2nd edition**, John R. Taylor, University Science Books, Sausalito CA, 1997.

--**Tratamiento estadístico del “ruido” en la medición**, Julio Guimpel (2009), http://fisica-exp.ib.edu.ar/images/d/db/Resumen_Incertezas.pdf

Alejandro Butera, Lab. de Resonancias Magnéticas, butera@cab.cnea.gov.ar

Repaso

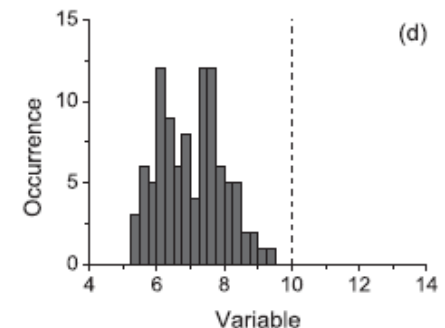
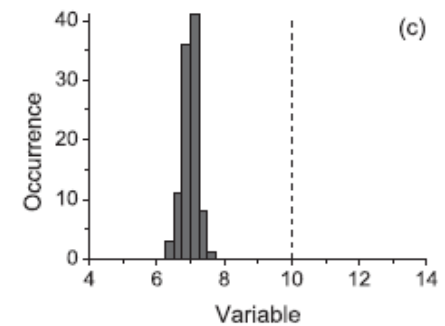
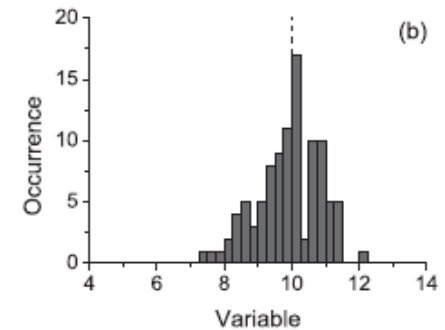
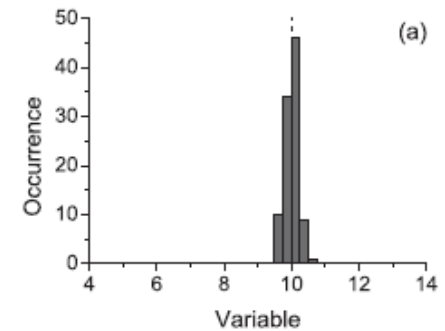
Definiciones:

Precisión: La dispersión de los valores medidos es “pequeña” con respecto a la variable que se mide.

Exactitud: Los resultados del experimento están de acuerdo con el valor aceptado o calculado de la variable medida.

En función de esto podemos clasificar:

- errores **aleatorios**: influyen en la **precisión**.
- errores **sistemáticos**: influyen en la **exactitud**.
- equivocaciones**: por ej. Leer mal una escala, mal cambio de unidades, anotar mal un dato, etc.



OJO con las Equivocaciones en las unidades



sci-tech> space> story page

banner

MAIN PAGE
WORLD
U.S.
LOCAL
POLITICS
WEATHER
BUSINESS
SPORTS
TECHNOLOGY
SPACE
HEALTH
ENTERTAINMENT
BOOKS
TRAVEL
FOOD
ARTS & STYLE
NATURE
IN-DEPTH
ANALYSIS
myCNN

Headline News brief
news quiz
daily climate

NASA's metric confusion caused Mars orbiter loss

September 30, 1999
Web posted at: 1:46 p.m. EDT (1746 GMT)

(CNN) -- NASA lost a \$125 million Mars orbiter because one engineering team used metric units while another used English units for a key spacecraft operation, according to a review finding released Thursday.

For that reason, information failed to transfer between the Mars Climate Orbiter and the Mars Global Surveyor. The Mars Climate Orbiter system process manages the entire mission for Mars Climate Orbiter.

With FQIS out-of-order, the ground maintenance process called "dipping the tanks."

FUEL



NASA's Climate Orbiter was lost September 23, 1999



Fuel Quantity Information

f: frecuencia
 ω : frecuencia angular
 $\omega = 2\pi f$

Algunos consejos útiles

- Si medidas sucesivas dan exactamente el mismo valor, la precisión de la medición viene dada por la mínima escala del instrumento.
- La **precisión** de un **instrumento analógico** es la mitad de la escala.
- La **precisión** de un **instrumento digital** es un 1 en el último dígito. La **exactitud** depende de cuándo y cómo fue calibrado.
- Si hay mediciones “raras” chequear el set-up experimental (cables y lazos de tierra!!!) y la calibración de los instrumentos. Si es posible, cambiar de instrumento.
- Apagar y prender todos los equipos suele ser mágico cuando se adquiere con computadora...

Errores aleatorios en mediciones

Mido N puntos y construyo un histograma.

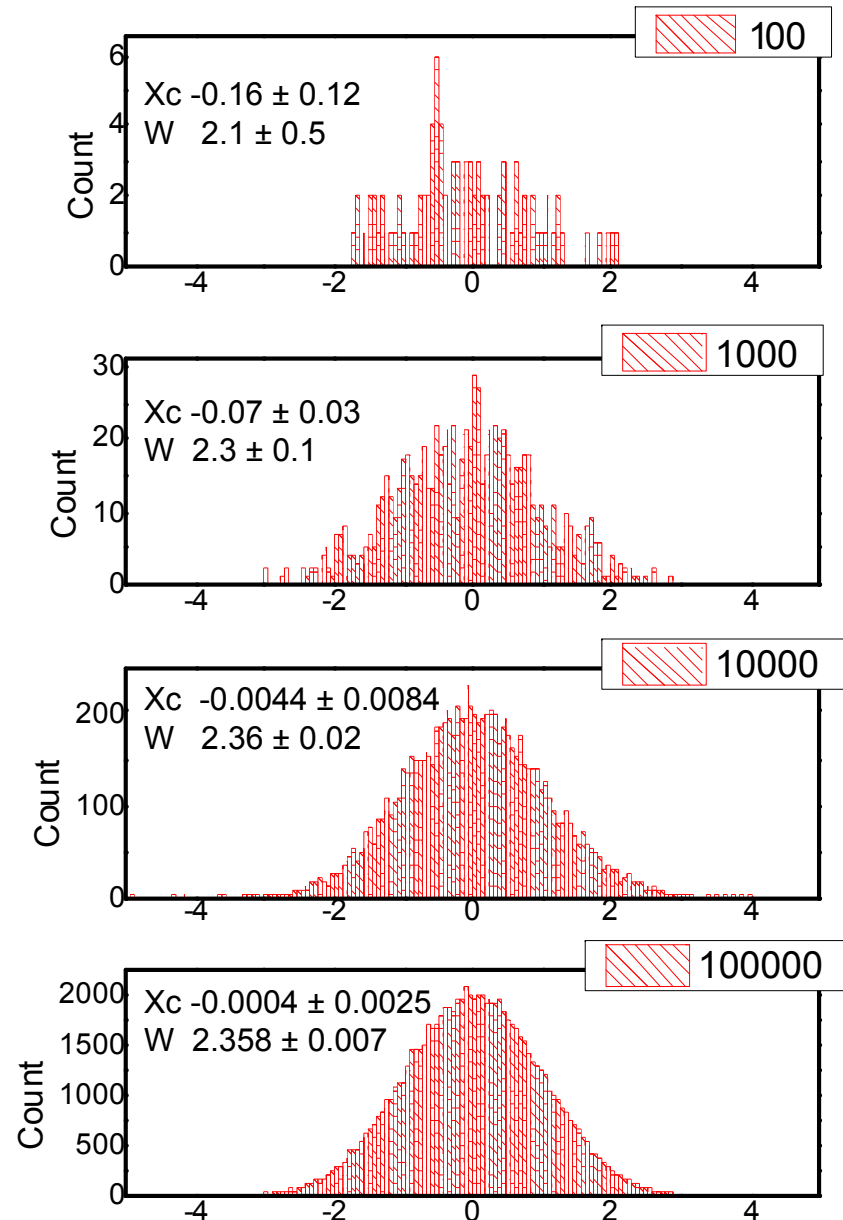
Si tomo más puntos:

-La distribución se hace más “suave”, se puede hacer una mejor determinación del “CENTRO” o promedio, el “ANCHO” o desviación estándar (que no cambian) y la INCERTEZA en la localización del CENTRO (que SÍ cambia)

Si ajusto los histogramas con una curva gaussiana, es evidente que la determinación del promedio y de la desviación estándar mejora cuando tengo más datos.

¿Cómo estimar el “ancho” cuando tenemos pocos puntos? ($N \sim 10$)

$$\sigma \sim (x_{\max} - x_{\min})/2 * 2/3$$

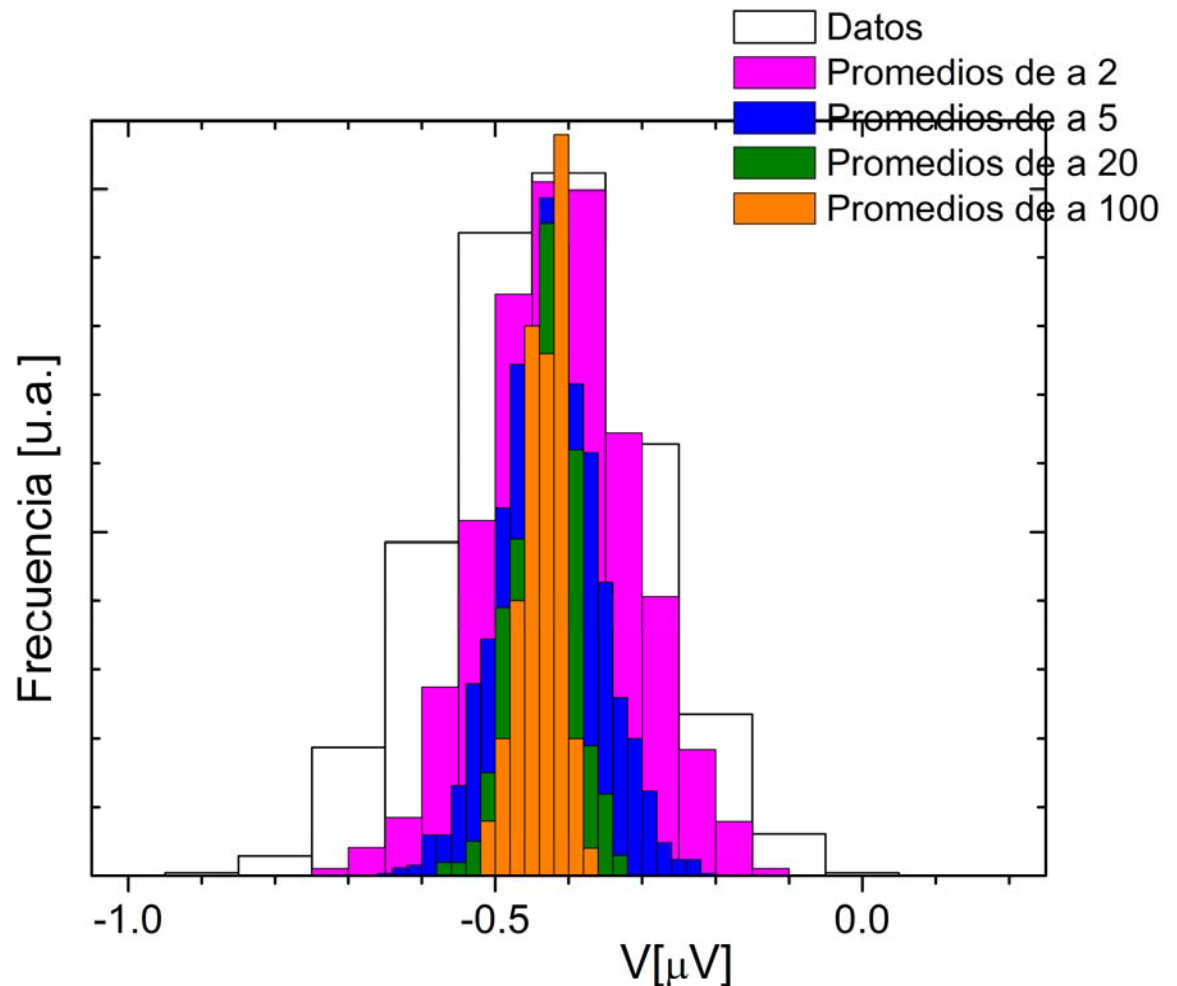


Tratamiento estadístico

Mido una variable
9000 veces y
construyo
histogramas
promediando datos
en grupos de a N .
Se observa que el
histograma de los
promedios $\bar{X}$
también tiene
distribución en forma
de “campana” pero su
ancho $\sigma_{\bar{X}}$ ahora
depende de N .

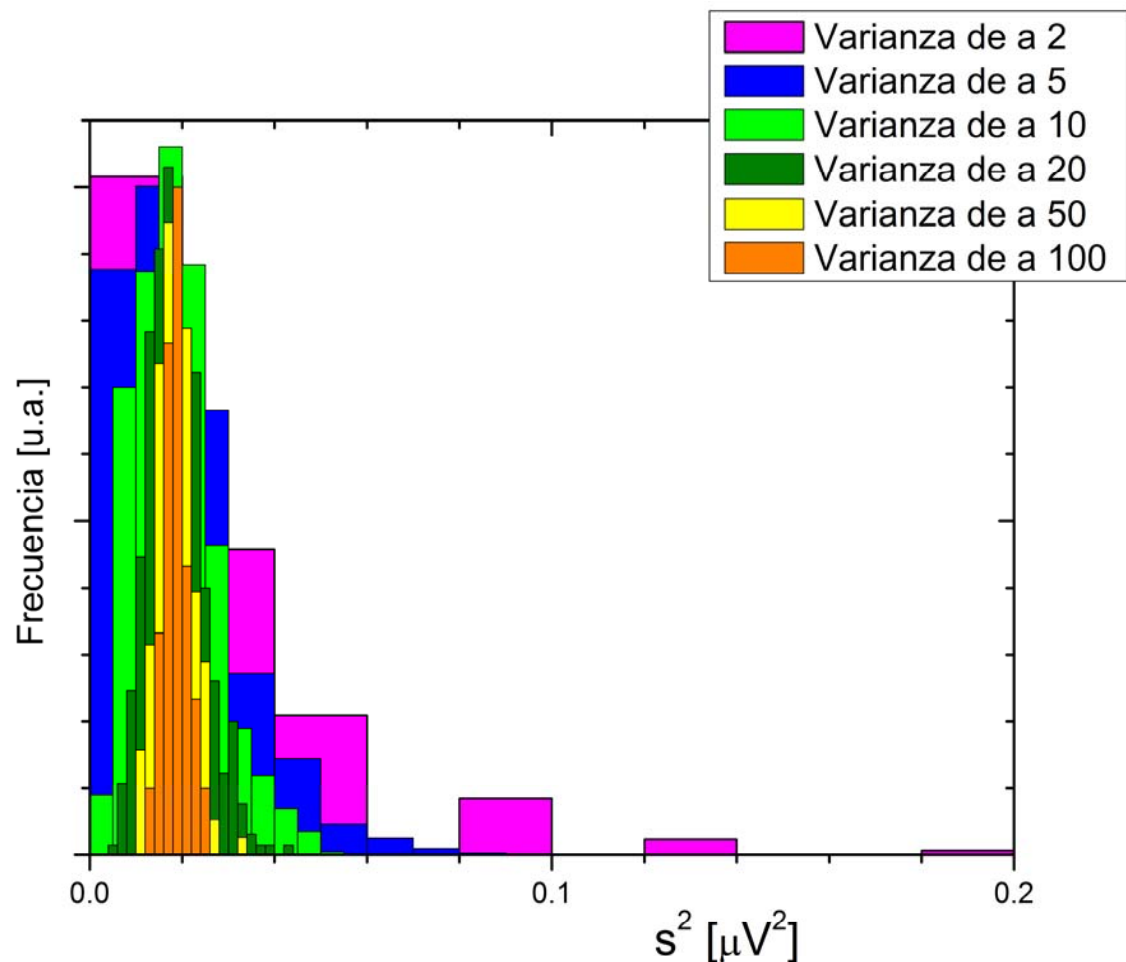
$\sigma_{\bar{X}}$ es un buen estimador
de la incerteza en $\bar{X}$

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$



$$\sigma^2 = \frac{1}{(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

Podemos construir también los histogramas de la variancia σ^2 (o la desviación estándar σ) y ver que a medida que aumenta N , el valor de σ^2 no cambia, pero también queda definido con más precisión.



Modelo para errores aleatorios

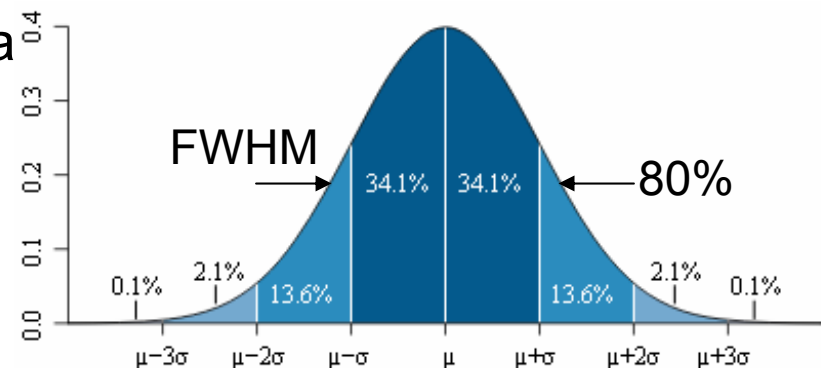
- El ruido es aleatorio y no correlacionado.
- El ruido es aditivo con la señal y no modifica el “valor verdadero” μ ,
 $x = \mu + x_r$ $\langle x_r \rangle = 0$.
- Ignoraremos la discretización introducida por el instrumento, o sea que haremos una teoría de variable continua.
- Con estas condiciones el teorema central del límite nos justifica utilizar una distribución de probabilidad gaussiana para la señal medida con valores “verdaderos” μ y σ_μ .

$$G(x; \mu, \sigma_\mu) dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\mu} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma_\mu}\right)^2} dx$$

σ_μ indica los puntos de inflexión de la curva y está relacionado con:

$$\text{FWHM} = 2\sqrt{2\ln 2}\sigma$$

que suele ser la cantidad que se mide experimentalmente.



teorema central del límite

$$\sigma_{\bar{x}} \sim \sigma_x / \sqrt{N}$$

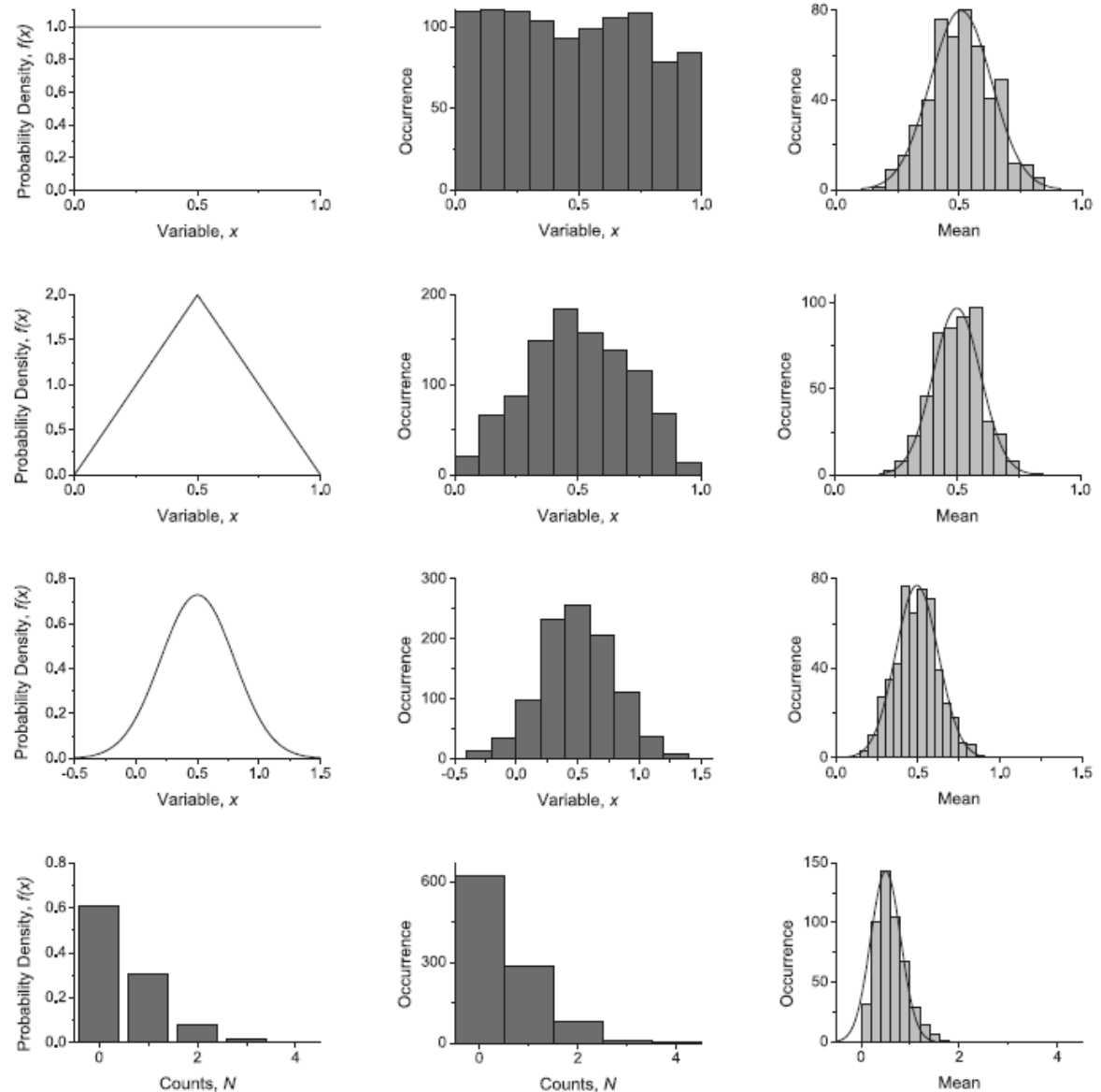


Fig. 3.7 Illustration of the central limit theorem. The first column shows four different probability distribution functions. The first three are for the continuous variable x , and have a mean of $\bar{x} = 0.5$. The last is a Poisson distribution with mean count $\bar{N} = 0.5$. The second column plots the outcome of 1000 computer-generated trials of choosing the variable from the appropriate distribution function. There are statistical fluctuations in the computer-generated data, but the shapes of the sample distributions match those of the population distribution. The third column shows the results of another computer-generated set of experiments, where five numbers are chosen from the parent distribution and averaged; this procedure was repeated 1000 times. The distribution of these 1000 means is plotted, and is seen in each case to follow a Gaussian distribution (the continuous curve superimposed on the histograms). The standard deviation of the distributions in the third column is $\sqrt{5}$ smaller than the parent standard deviations in the first columns as five data points were used to generate the average.

Modelo para errores aleatorios

- ¿Cómo estimo μ y σ a partir de los datos experimentales?
- Estimación (o principio) de **máxima verosimilitud**.
- Dado un conjunto de valores x_i , $i=1,\dots,N$, que son fijos, si conociera la función de distribución, μ y σ_μ , la probabilidad de medir esos valores sería (función de verosimilitud):

$$P \sim \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sigma_\mu} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma_\mu} \right)^2} \qquad P \sim \frac{1}{\sigma_\mu^N} e^{-\sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma_\mu} \right)^2}$$

- Los mejores “estimadores” para μ y σ salen de maximizar P (o más convenientemente el $\ln P$)

$$\ln P = N \ln \sigma_\mu + \sum_{i=1}^N \frac{1}{2} \left(\frac{x_i - \mu}{\sigma_\mu} \right)^2$$

$$\frac{\partial \ln P}{\partial \mu} = \sum_{i=1}^N (x_i - \mu) = 0 \quad \Rightarrow \quad \mu_0 = \bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

$$\frac{\partial \ln P}{\partial \sigma_\mu} = \frac{N}{\sigma_\mu} - \frac{1}{\sigma_\mu^3} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sigma_0^2 = s^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2$$

Pero ojo, no es estrictamente correcto reemplazar μ por $\bar{x}$

$$\begin{aligned} N\sigma_0^2 &= \left\langle \sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2 \right\rangle = \left\langle \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x} + \bar{x} - \mu)^2 \right\rangle = \\ &= \left\langle \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right\rangle + \left\langle \sum_{i=1}^N (\bar{x} - \mu)^2 \right\rangle + 2 \left\langle \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})(\bar{x} - \mu) \right\rangle \\ &\quad \bar{x} = G(\mu, \sigma_\mu / \sqrt{N}) \Rightarrow N \cdot \sigma_0^2 / N \end{aligned}$$

$$\sigma_0^2 = \frac{1}{N-1} \left\langle \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2 \right\rangle \Rightarrow \sigma_0^2 = s^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

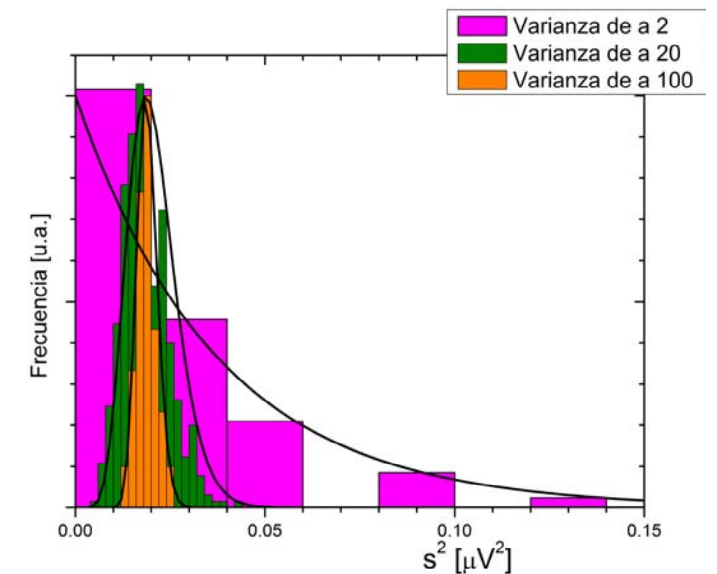
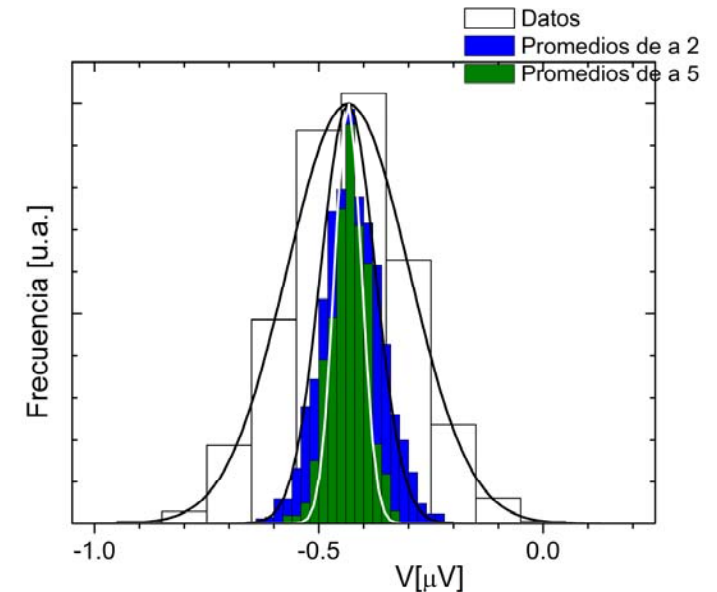
Resumiendo:

$$\bar{x} = G\left(\mu, \frac{\sigma_{\mu}}{\sqrt{N}}\right)$$

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

$$(N-1) \frac{s^2}{\sigma^2} \Rightarrow \chi^2(x, N) = \frac{x^{\frac{N}{2}-1} e^{-\frac{x}{2}}}{2^{\frac{N}{2}} \Gamma\left(\frac{N}{2}\right)}$$

La función “Chi cuadrado” solo toma valores positivos y es asimétrica. Su valor medio es N y su desviación estándar, $\sigma_{\chi^2} = \sqrt{2N}$ lo que justifica que en general los errores se reporten con solo una cifra significativa.



Las cinco reglas de oro para reportar una medida experimental

1. El mejor estimador de un parámetro es el **valor medio**.

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

2. Se lo debe reportar con una incerteza igual a la desviación estándar del valor medio.

$$s_{\bar{x}}^2 = \frac{1}{N(N-1)} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2$$

3. El error NO debe tener más de una cifra significativa, a menos que comience con un 1.

4. Hacer COINCIDIR las cifras significativas del valor medio con los de su incerteza.

→ reportar 5000 ± 200 como $(50 \pm 2) \times 10^2$

5. Incluir las UNIDADES.

Propagación de Incertezas:

-En muchos experimentos en física se combinan variables para obtener una única magnitud.

Para el caso de una variable $Z = f(A)$, si quiero estimar

$\bar{Z} \pm \sigma_Z$ a partir de $\bar{A} \pm \sigma_A$

Puedo usar

- MÉTODO FUNCIONAL
- MÉTODO ANALÍTICO

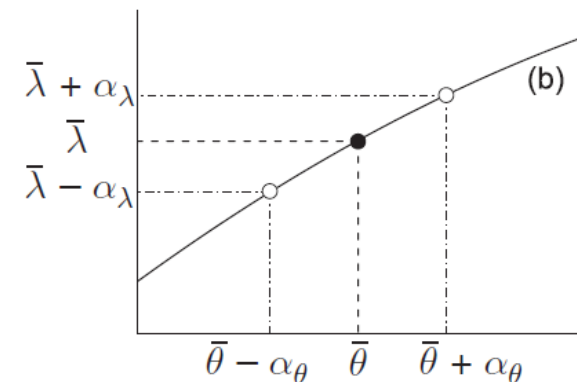
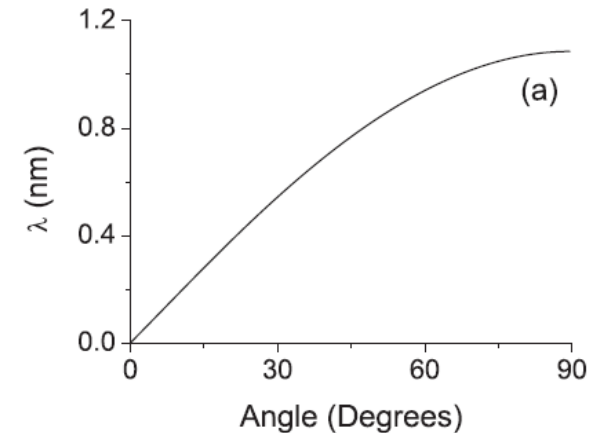
MÉTODO FUNCIONAL

Evalúo:

$$\left. \begin{aligned} Z &= f(\bar{A}) \\ Z(+/-)\sigma_Z &= f(\bar{A} + \sigma_{\bar{A}}) \\ Z(-/+)\sigma_Z &= f(\bar{A} - \sigma_{\bar{A}}) \end{aligned} \right\} \quad \begin{aligned} \sigma_Z &= |f(\bar{A} + \sigma_{\bar{A}}) - f(\bar{A})| \\ &= \frac{1}{2} |f(\bar{A} + \sigma_{\bar{A}}) - f(\bar{A} - \sigma_{\bar{A}})| \end{aligned}$$

Notar que al evaluar $Z=f(A)$ no necesariamente obtendremos una incerteza “simétrica” .

Se aplica si las incertezas son “pequeñas” respecto a las variaciones de la función.



MÉTODO ANALÍTICO

Este es el método habitual de propagar incertezas y se basa en asumir que el error es pequeño de modo de poder desarrollar la función $Z=f(A)$ en serie de Taylor alrededor del valor medio de A .

$$f(\bar{A} + \sigma_{\bar{A}}) = f(\bar{A}) + \frac{df(A)}{dA} \sigma_{\bar{A}} + \dots$$

$$\Rightarrow \sigma_{\bar{Z}} = \left| \frac{df(A)}{dA} \right|_{\bar{A}} \sigma_{\bar{A}}$$

EJEMPLO

$$Z = 10^A$$

$$\bar{A} = 2.3 \pm 0.1$$

$$\bar{Z} = 10^{2.3} = 199.5$$

MÉTODO FUNCIONAL

$$\sigma_Z^+ = 10^{2.4} - 10^{2.3} = 52$$

$$\sigma_Z^- = 10^{2.2} - 10^{2.3} = 41$$

$$Z = 200 \pm 50 = (20 \pm 5) \times 10^1$$

$$Z = 200^{+50}_{-40}$$

MÉTODO ANALÍTICO

$$\sigma_{\bar{Z}} = Z \ln(10) \sigma_{\bar{A}} = 46$$

$$Z = 200 \pm 50$$

Si los errores son
“pequeños” ambos métodos
dan resultados coincidentes

Table 4.1 Results for the propagation of errors in single-variable functions.
The results for the trigonometric functions assume that the angles and their errors are in radians.

Function, $Z(A)$	$\frac{dZ}{dA}$	Error
$\frac{1}{A}$	$-\frac{1}{A^2}$	$\alpha_z = \frac{\alpha_A}{A^2} = Z^2 \alpha_A$ OR $\left \frac{\alpha_Z}{Z} \right = \left \frac{\alpha_A}{A} \right $
$\exp A$	$\exp A$	$\alpha_z = \exp A \alpha_A = Z \alpha_A$
$\ln A$	$\frac{1}{A}$	$\alpha_z = \frac{\alpha_A}{A}$
$\log A$	$\frac{1}{\ln(10) A}$	$\alpha_z = \frac{\alpha_A}{\ln(10) A}$
A^n	$n A^{n-1}$	$\alpha_z = \left n A^{n-1} \right \alpha_A$ OR $\left \frac{\alpha_Z}{Z} \right = \left n \frac{\alpha_A}{A} \right $
10^A	$10^A \ln(10)$	$\alpha_z = 10^A \ln(10) \alpha_A$
$\sin A$	$\cos A$	$\alpha_z = \cos A \alpha_A$
$\cos A$	$-\sin A$	$\alpha_z = \sin A \alpha_A$
$\tan A$	$1 + \tan^2 A$	$\alpha_z = (1 + Z^2) \alpha_A$

FUNCIONES QUE DEPENDEN DE MÁS DE UNA VARIABLE.

Si las variables son INDEPENDIENTES y las incertezas están NO CORRELACIONADAS, entonces:

MÉTODO FUNCIONAL

$$\sigma_Z^2 = (\sigma_Z^A)^2 + (\sigma_Z^B)^2$$

$$\sigma_Z^A = f(\bar{A} + \sigma_{\bar{A}}, \bar{B}) - f(\bar{A}, \bar{B})$$

$$\sigma_Z^B = f(\bar{A}, \bar{B} + \sigma_{\bar{B}}) - f(\bar{A}, \bar{B})$$

MÉTODO ANALÍTICO

$$\sigma_Z^2 = \left(\frac{\partial Z}{\partial A} \right)_{A=\bar{A}}^2 \sigma_{\bar{A}}^2 + \left(\frac{\partial Z}{\partial B} \right)_{B=\bar{B}}^2 \sigma_{\bar{B}}^2$$

Como las variables son INDEPENDIENTES, las derivadas cruzadas (covarianza) promedian cero. (Ya volveremos al caso de covarianza no nula).

Table 4.2 Some simple rules for the propagation of errors in multi-variable functions.*Always perform a quick check for dominant errors before using these formulae.*

Function, Z (A)	Expression used to calculate α_Z
$\left. \begin{array}{l} Z = A + B \\ Z = A - B \end{array} \right\}$	$\alpha_Z = \sqrt{(\alpha_A)^2 + (\alpha_B)^2}$
$\left. \begin{array}{l} Z = A \times B \\ Z = \frac{A}{B} \end{array} \right\}$	$\frac{\alpha_Z}{Z} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_B}{B}\right)^2}$
$Z = A^n$	$\left \frac{\alpha_Z}{Z} \right = \left n \frac{\alpha_A}{A} \right $
$Z = kA$	$\alpha_Z = k \alpha_A \quad \text{OR} \quad \left \frac{\alpha_Z}{Z} \right = \left \frac{\alpha_A}{A} \right $
$Z = k \frac{A}{B}$	$\frac{\alpha_Z}{Z} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_B}{B}\right)^2}$
$Z = k \frac{A^n}{B^m}$	$\frac{\alpha_Z}{Z} = \sqrt{\left(n \frac{\alpha_A}{A}\right)^2 + \left(m \frac{\alpha_B}{B}\right)^2}$
$Z = A + B - C + D$	$\alpha_Z = \sqrt{(\alpha_A)^2 + (\alpha_B)^2 + (\alpha_C)^2 + (\alpha_D)^2}$
$Z = \frac{(A \times B)}{(C \times D)}$	$\frac{\alpha_Z}{Z} = \sqrt{\left(\frac{\alpha_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_B}{B}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_C}{C}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_D}{D}\right)^2}$
$Z = \frac{(A^n \times B^m)}{(C^p \times D^q)}$	$\frac{\alpha_Z}{Z} = \sqrt{\left(n \frac{\alpha_A}{A}\right)^2 + \left(m \frac{\alpha_B}{B}\right)^2 + \left(p \frac{\alpha_C}{C}\right)^2 + \left(q \frac{\alpha_D}{D}\right)^2}$

ESTRATEGIAS EXPERIMENTALES BASADAS EN EL ANÁLISIS DE LAS INCERTEZAS

-SIEMPRE concentrarse en reducir el error dominante.

Por ejemplo, si quiero estimar la incerteza en la medición de la densidad de una esfera, y he medido la masa y el radio con una precisión del 1%

$$\rho = \frac{m}{\frac{4}{3}\pi r^3} \Rightarrow \frac{\sigma_\rho}{\rho} = \sqrt{9\left(\frac{\sigma_r}{r}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{m}\right)^2} \approx 3.2\%$$

Ver que la contribución a la incerteza en la densidad es dominada por la incerteza en el radio r , por lo tanto debe ser la variable a medir con más precisión y no se justifica (en una primera instancia) mejorar la medida de m .

Estrategias experimentales basadas en el análisis de las incertezas

-Si se promedian mediciones con distinta incerteza aplicar **promedios pesados (o ponderados)**

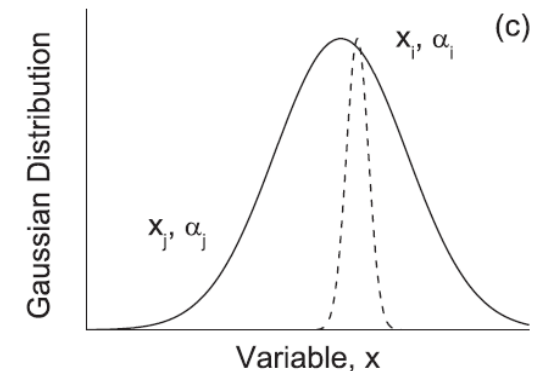
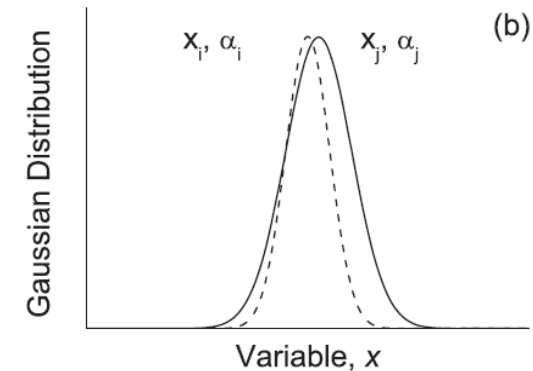
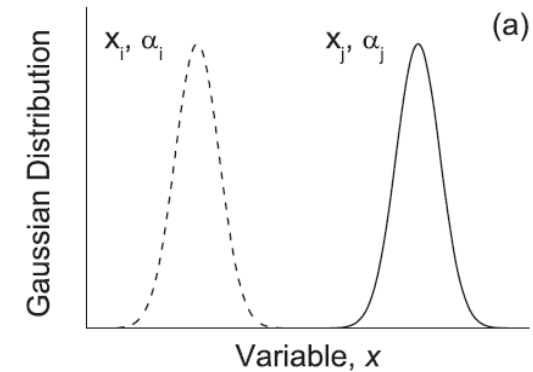
Supongamos que dos alumnos midieron una magnitud x y obtuvieron $x_A \pm \sigma_A$ y $x_B \pm \sigma_B$ y queremos obtener una única estimación de x .

IMPORTANTE 1:

El promedio tiene sentido si $|x_A - x_B| < \sigma_A, \sigma_B$

IMPORTANTE 2:

El promedio tiene sentido si $\sigma_A \sim \sigma_B$



Aplicamos la función o principio de máxima verosimilitud, asumiendo distribuciones Gaussianas de valor real X y desviación estándar σ_i .

La probabilidad conjunta que A obtenga x_A y B x_B viene dada por:

$$P_X(x_A, x_B) = P_X(x_A)P_X(x_B) \propto \frac{1}{\sigma_A} e^{-\frac{(x_A - X)^2}{2\sigma_A^2}} \frac{1}{\sigma_B} e^{-\frac{(x_B - X)^2}{2\sigma_B^2}} =$$

$$\propto \frac{1}{\sigma_A \sigma_B} e^{-\chi^2/2}, \quad \chi^2 = \frac{(x_A - X)^2}{\sigma_A^2} + \frac{(x_B - X)^2}{\sigma_B^2}$$

El Principio de Máxima Verosimilitud nos dice que el mejor estimador para X es el que maximiza la probabilidad o bien minimiza χ^2 .

$$\frac{d\chi^2}{dX} = 0 = \frac{2(x_A - X)}{\sigma_A^2} + \frac{2(x_B - X)}{\sigma_B^2} \Rightarrow x_{av} = \frac{\frac{x_A}{\sigma_A^2} + \frac{x_B}{\sigma_B^2}}{\frac{1}{\sigma_A^2} + \frac{1}{\sigma_B^2}} = \frac{w_A x_A + w_B x_B}{w_A + w_B}$$

Los “pesos” w_i de cada medición vienen definidos por: $w_i = \frac{1}{\sigma_i^2}$

En el caso de N mediciones $x_{av} = \frac{\sum w_i x_i}{\sum w_i}$

Y el error en el promedio puede calcularse simplemente por propagación de errores

$$\sigma_{x_{av}}^2 = \sum \left(\frac{\partial x_{av}}{\partial x_i} \right)^2 \sigma_i^2 = \frac{1}{\sum \frac{1}{\sigma_i^2}} = \frac{1}{\sum w_i}$$

IMPORTANTE: Ver que los pesos son proporcionales a $1/\sigma^2$, por lo que la contribución de las mediciones con más error es poco significativa.

En el caso particular en que los σ_i son todos iguales se recupera el resultado

$$\sigma_{x_{av}} = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

INSTRUMENTOS DIGITALES

Si se usan distintos instrumentos para medir una variable es importante considerar los errores de clase cuando se reportan las incertezas.

Voltímetro clase 1000, $V = \alpha V_{med}$ con $\alpha = 1.000 \pm 0.001$

Fuente de I clase 10000, $I = \beta I_{apl}$ con $\beta = 1.0000 \pm 0.0001$

Ajusto con una recta

El resultado da

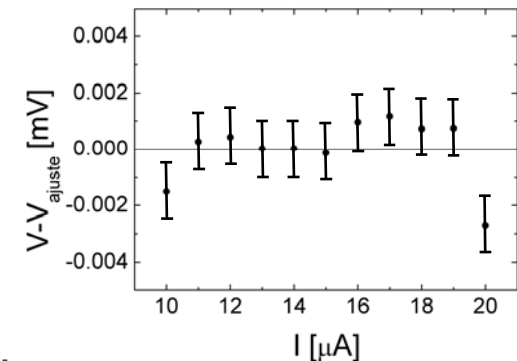
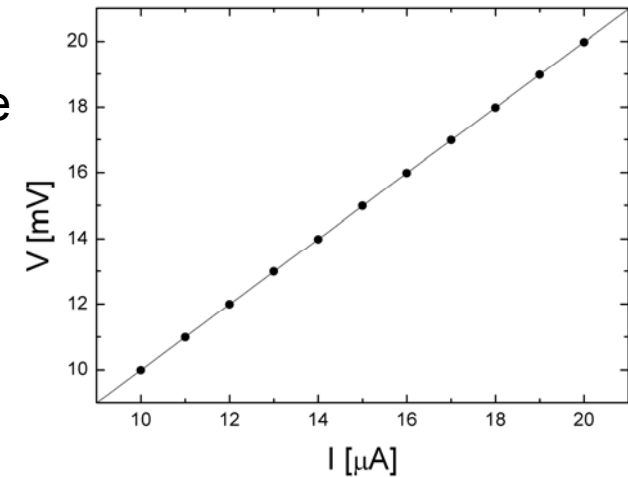
$$V = (1 \pm 2) \mu V + (999.0 \pm 0.1) \Omega \times I$$

¿Qué valor de R y de su incerteza reporto?

Calculo R_{aj} en base a V medidos e I aplicados

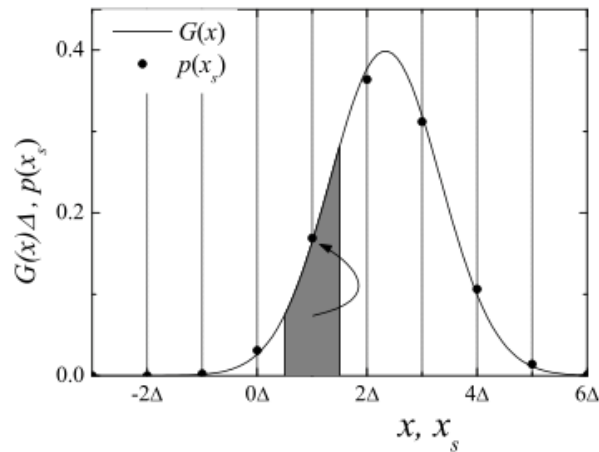
Entonces $R = \frac{\alpha}{\beta} R_{aj} = 999.0 \Omega$

$$\begin{aligned} \left(\frac{s_R}{R}\right)^2 &= \left(\frac{s_\alpha}{\alpha}\right)^2 + \left(\frac{s_\beta}{\beta}\right)^2 + \left(\frac{s_{R_{aj}}}{R_{aj}}\right)^2 = (10^{-3})^2 + (10^{-4})^2 + (10^{-4})^2 \\ &= (10^{-3})^2 \implies s_R = 1\Omega \end{aligned}$$



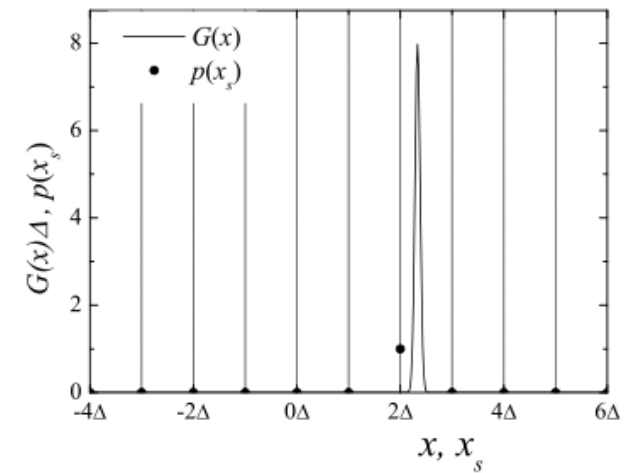
MORALEJA: Tener cuidado al reportar incertezas menores a la clase del instrumento

La teoría es de variable continua. ¿Qué hago cuando el instrumento me da un número limitado de dígitos y el ruido no es mucho mas grande que el LSB?

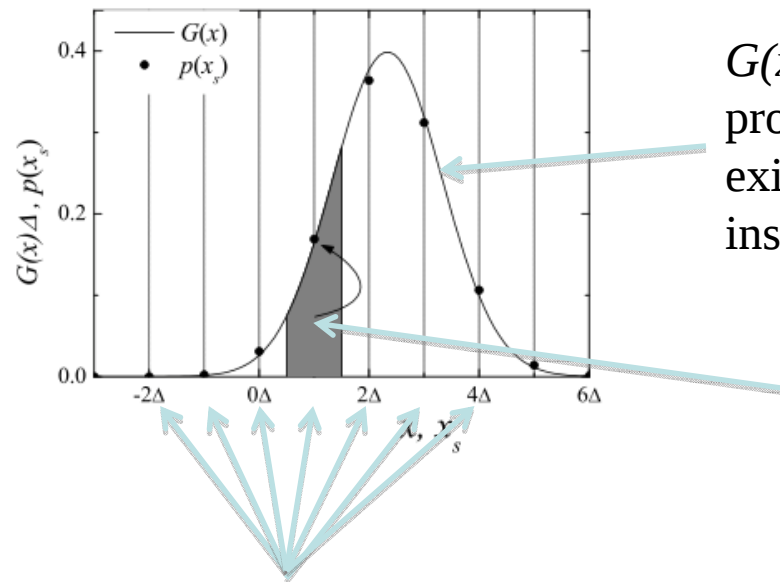


Si el ruido es muy grande comparado con el LSB, $(\sigma \gg \Delta)$, puedo olvidarme de la discretización y seguir trabajando con la teoría gaussiana continua.

Si el ruido es muy chico comparado con el LSB, voy a obtener siempre la misma lectura y no puedo hacer nada con estadística, sólo asignar el $\text{LSB} / 2$ como incerteza.



La teoría es de variable continua. ¿Qué hago cuando el instrumento me da un número limitado de dígitos y el ruido no es mucho mas grande que el LSB?



$G(x, \mu, \sigma)$ es la densidad de probabilidad de que un valor exista a la entrada del instrumento.

La probabilidad $p(x)$ de tener esta lectura es el area sombreada en la $G(x, \mu, \sigma)$

Valores posibles de la lectura, $n\Delta$

Solución pragmática si no quiero rehacer toda la teoría para hacerla de variable discreta formulita de interpolación

$$s_{\text{efectivo}}^2 = s_{\text{medición}}^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2$$

Ajuste por cuadrados mínimos

- Dado un conjunto de datos $\{x_i, y_i\}$, $i=1, \dots, N$ que supondremos pueden ser representados por una función $y=f(x, a_1, \dots, a_M)$ en base al PMV puede mostrarse que el mejor ajuste se obtiene minimizando χ^2 respecto a $a_1, \dots, a_M$

$$\min \chi^2 = \min \sum_{i=1}^N \left[\frac{y_i - f(x_i, a_1, \dots, a_M)}{\sigma_{y_i}} \right]^2$$

Si la función $y=f(x)$ es **lineal en los parámetros** $a_1, \dots, a_M$, es decir $f(x)=a_1f_1(x)+a_2f_2(x)+\dots+a_Mf_M(x)$

A partir de:

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial a_i} = 0$$

Y suponiendo que $\sigma_{yi}=\sigma_{yj}=\sigma_y$,
puede obtenerse un sistema de M ecuaciones con M
incógnitas que se resuelve con álgebra matricial y
permite obtener $a_1, \dots, a_M$ y sus incertezas
(suponiendo $\sigma_{xi} \ll \sigma_{yi}$)

Ajuste con una recta

- Si nuestros datos pueden describirse con $y=f(x)=A+Bx$,
entonces:

$$A = \left(\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i \right) / \Gamma$$

$$B = \left(N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i \right) / \Gamma$$

$$\Gamma = N \sum x_i^2 - \left(\sum x_i \right)^2$$

Ajuste con una recta

Para estimar las incertezas es muy conveniente suponer que $\sigma_{x_i}=0$ y que los σ_{y_i} son todos iguales. De esta forma podemos propagar errores con el método analítico y llegar a:

$$s_y^2 = \frac{1}{N-2} \sum [y_i - (A + Bx_i)]^2$$

$$s_A^2 = \frac{\sum x_i^2}{\Gamma} s_y^2$$

$$s_B^2 = \frac{N}{\Gamma} s_y^2$$

Ajuste con una recta

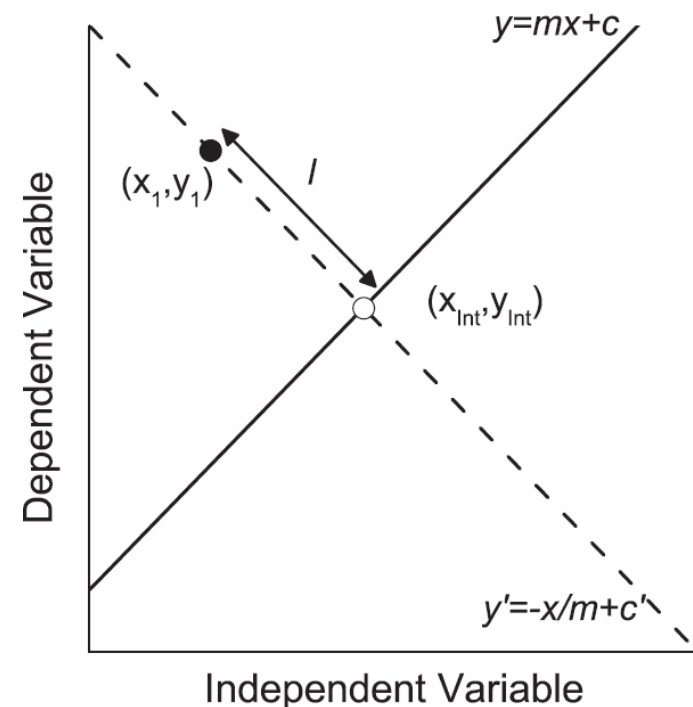
Si $\sigma_{x_i} \sim \sigma_{y_i}$ debo considerarlo en el denominador de la función $\chi^2 \rightarrow$ las ecuaciones dejan de ser lineales.

Consejo: siempre definir como variable independiente la de menor incerteza

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(y_i - mx_i - c)^2}{\sigma_{y_i}^2 + m^2 \sigma_{x_i}^2}$$

Si $\sigma_{x_i} \sim \sigma_{y_i}$ existen métodos de “regresión ortogonal” en donde se minimiza la distancia ortogonal a la función propuesta.

Libro Hughes, Hase, cap. 9



ADVERTENCIA

- El método de cuadrados mínimos **siempre** va a resultar en un conjunto de parámetros y sus incertezas.

- Más allá de los modelos matemáticos un buen experimentador debe ser capaz de determinar si el modelo describe los datos medidos.



- Inspección visual
- Análisis de la curva de residuos

$$R_i = y_i - f(x_i).$$

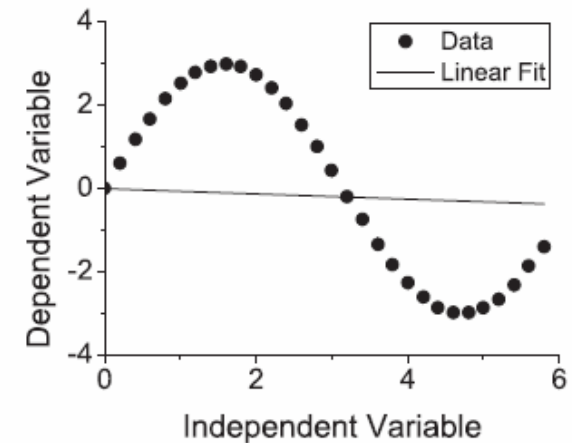
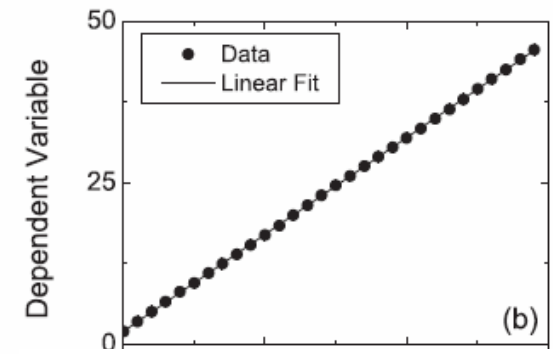
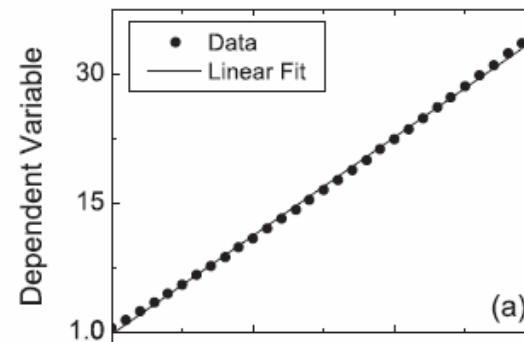


Fig. 5.9 The least-squares best-fit straight line to a sinusoidal variation. Error bars smaller than symbol size. **Health warning** It is possible to use the method of least squares to find the 'best-fit' straight line for *any* data set. This *does not* mean that a linear fit is an appropriate theoretical model.



ADVERTENCIA

- El método de cuadrados mínimos **siempre** va a resultar en un conjunto de parámetros y sus incertezas.

- Más allá de los modelos matemáticos un buen experimentador debe ser capaz de determinar si el modelo describe los datos medidos.



- Inspección visual
- Análisis de la curva de residuos

$$R_i = y_i - f(x_i).$$

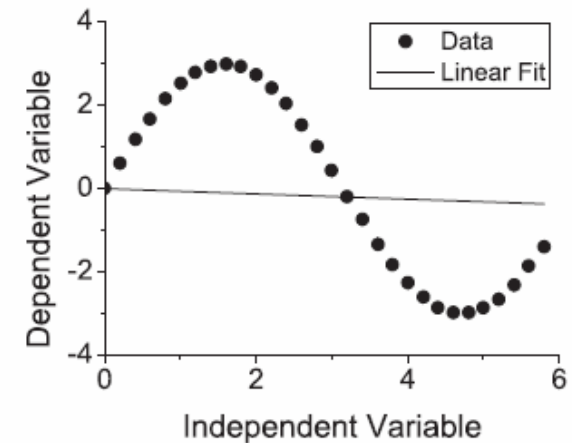
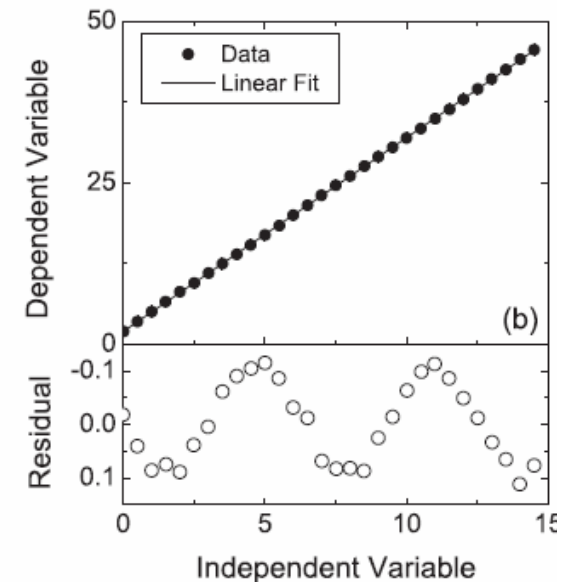
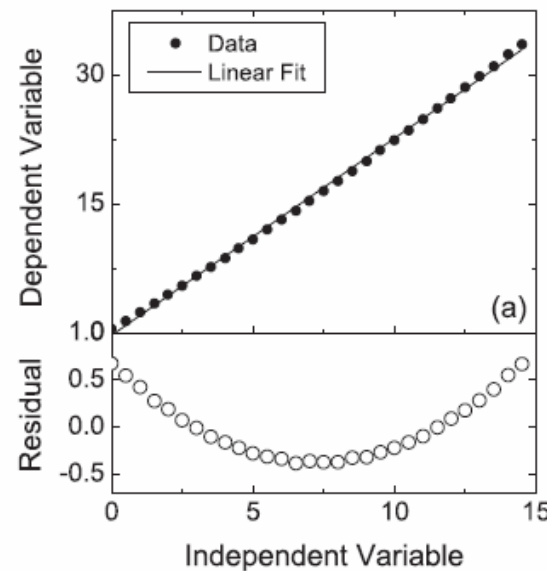
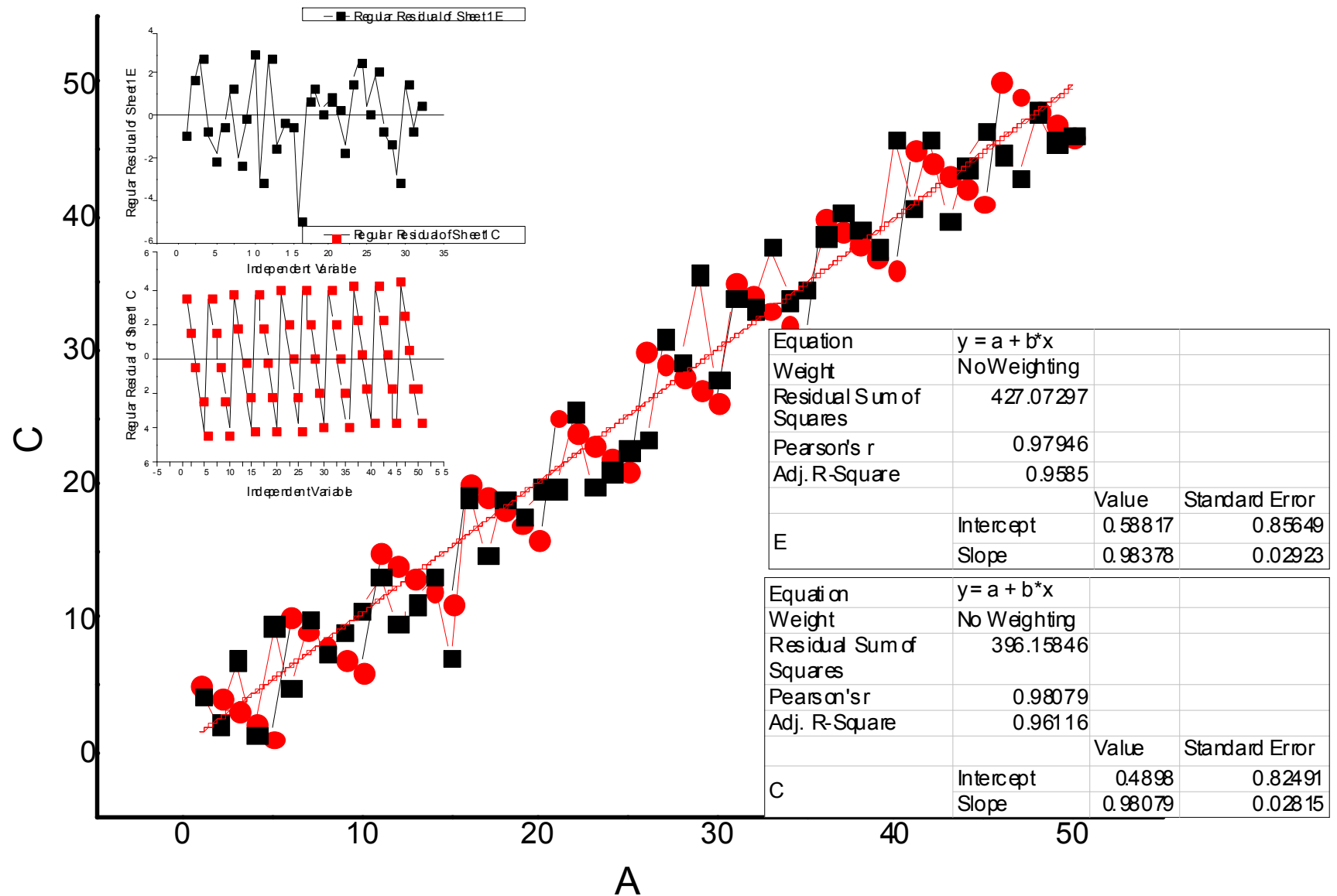


Fig. 5.9 The least-squares best-fit straight line to a sinusoidal variation. Error bars smaller than symbol size. **Health warning** It is possible to use the method of least squares to find the 'best-fit' straight line for *any* data set. This *does not* mean that a linear fit is an appropriate theoretical model.





Los dos ajustes tienen similares pendiente, ordenada, incertezas, suma de residuos, R^2 , pero...
NO reducir el análisis de un ajuste a un único parámetro.

Ajuste con una recta, cuadrados mínimos ponderados

Es usual (por ej. en los instrumentos digitales por el cambio de escala o linealizar datos) que los σ_{y_i} sean distintos $\Rightarrow$ se pondera cada dato con la incerteza correspondiente σ_{y_i} ,

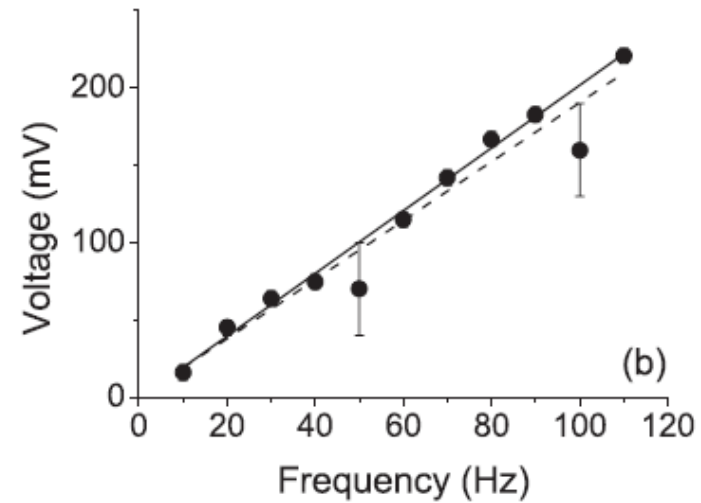
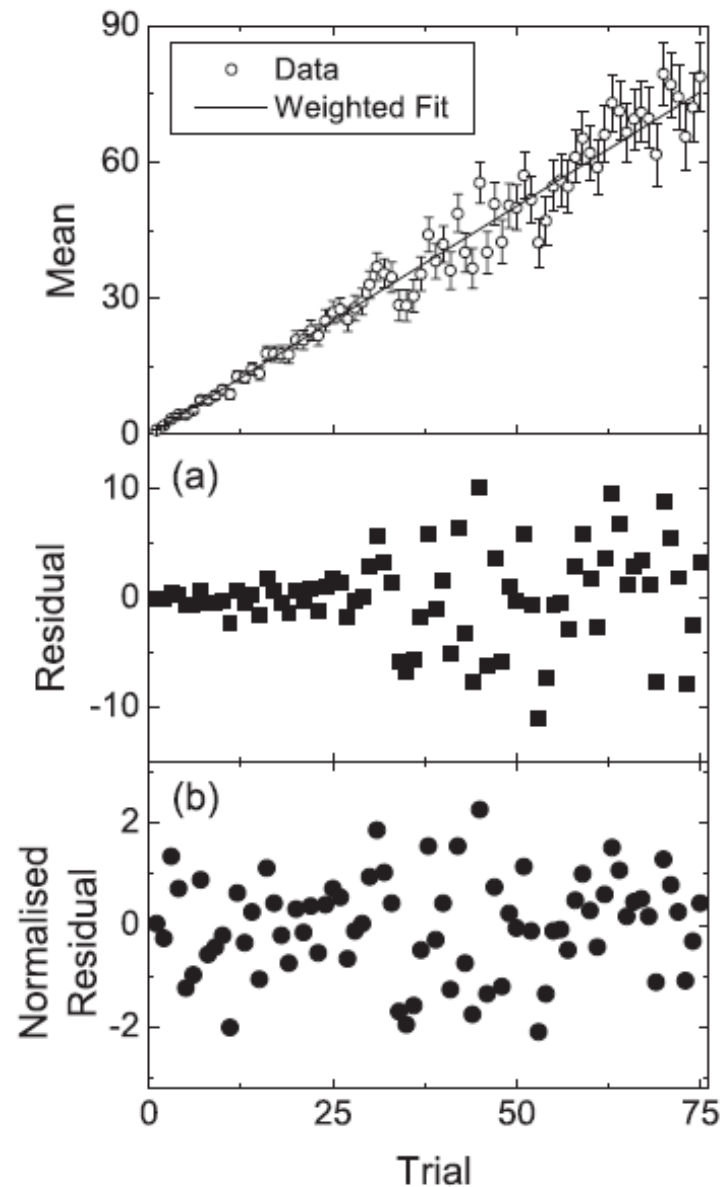
$$y = a_1 + a_2 x$$

$$a_1 = \Gamma^{-1} \left(\sum_{i=1}^N y_i / \sigma_{y_i}^2 \sum_{i=1}^N x_i^2 / \sigma_{y_i}^2 - \sum_{i=1}^N x_i y_i / \sigma_{y_i}^2 \sum_{i=1}^N x_i / \sigma_{y_i}^2 \right) \quad s_{a_1}^2 = \Gamma^{-1} \left(\sum_{i=1}^N x_i^2 / \sigma_{y_i}^2 \right)$$

$$a_2 = \Gamma^{-1} \left(\sum_{i=1}^N 1 / \sigma_{y_i}^2 \sum_{i=1}^N x_i y_i / \sigma_{y_i}^2 - \sum_{i=1}^N x_i / \sigma_{y_i}^2 \sum_{i=1}^N y_i / \sigma_{y_i}^2 \right) \quad s_{a_2}^2 = \Gamma^{-1} \left(\sum_{i=1}^N 1 / \sigma_{y_i}^2 \right)$$

$$\Gamma = \sum_{i=1}^N 1 / \sigma_{y_i}^2 \sum_{i=1}^N x_i^2 / \sigma_{y_i}^2 - \left(\sum_{i=1}^N x_i / \sigma_{y_i}^2 \right)^2$$

Los residuos NORMALIZADOS se calculan como: $R_i = \frac{y_i - f(x_i)}{\sigma_{y_i}}$



Graph (b)

Unweighted

Weighted

$(1.9 \pm 0.2) \text{ mV/Hz}$

$(2.03 \pm 0.05) \text{ mV/Hz}$

$(0 \pm 1) \times 10 \text{ mV}$

$(-1 \pm 3) \text{ mV}$

El histograma de la curva de residuos normalizada debería dar una distribución gaussiana

DATOS CORRELACIONADOS

- Volviendo a la estimación de incertezas, ¿Qué sucede si las dos variables x e y no son independientes? Sea:

$$z = f(x, y), \quad z_i = f(x_i, y_i) \approx f(\bar{x}, \bar{y}) + \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{y}} (x_i - \bar{x}) + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{\bar{x}, \bar{y}} (y_i - \bar{y})$$

$$s_z^2 \approx \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N \left[\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{y}} (x_i - \bar{x}) + \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{\bar{x}, \bar{y}} (y_i - \bar{y}) \right]^2$$

$$= \left(\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{y}} \right)^2 s_x^2 + \left(\left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{\bar{x}, \bar{y}} \right)^2 s_y^2 + 2 \left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{\bar{x}, \bar{y}} \left. \frac{\partial f}{\partial y} \right|_{\bar{x}, \bar{y}} s_{xy}$$

$$s_{xy} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N [(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})]$$

s_{xy} es la COVARIANZA y mide la correlación entre las fluctuaciones alrededor de los valores medios de x e y . Si x e y son independientes entonces $s_{xy} = 0$.

Ejemplo:

Medimos I y V para calcular $R=V/I$ y $W=V.I$

-Si la fuente de corriente, el amperímetro y el voltímetro son de buena calidad no hay correlación entre las fluctuaciones y $s_{IV}=0$.

$$s_R^2 = \frac{1}{I^2} s_V^2 + \left(\frac{V}{I^2} \right)^2 s_I^2 + 0, \quad s_W^2 = I^2 s_V^2 + V^2 s_I^2$$

$$\frac{s_R^2}{R^2} = \frac{s_V^2}{V^2} + \frac{s_I^2}{I^2}$$

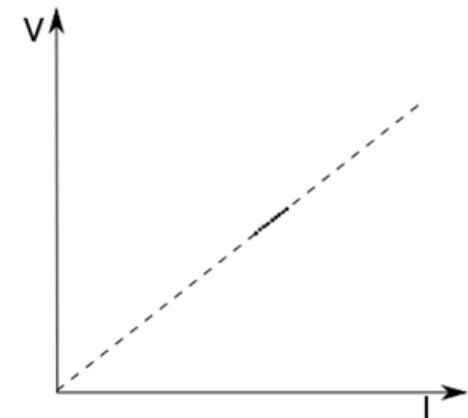
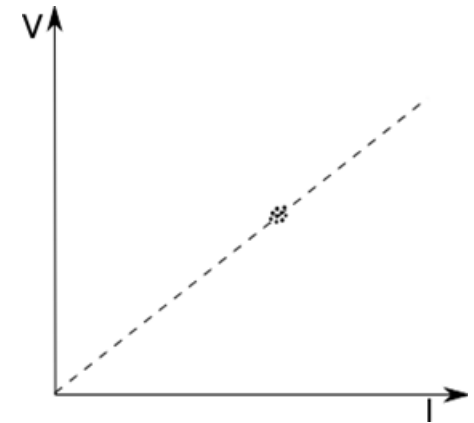
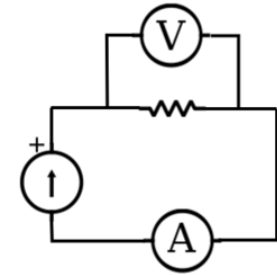
-Si la fuente es muy inestable, el amperímetro y el voltímetro medirán valores **perfectamente** correlacionados

$$V_i - \bar{V} = R(I_i - \bar{I}) \Rightarrow s_V^2 = R^2 s_I^2$$

$$s_{IV} = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (V_i - \bar{V})(I_i - \bar{I}) = R s_I^2$$

$$s_R^2 = \frac{1}{I^2} s_V^2 + \left(\frac{V}{I^2} \right)^2 s_I^2 + 2 \frac{1}{I} \left(-\frac{V}{I^2} \right) s_{IV} = 0$$

$$s_W^2 = I^2 R^2 s_I^2 + V^2 s_I^2 + 2VI s_{IV} = 4WR s_I^2$$



La incerteza en R será “pequeña” aún cuando s_I sea “grande”

DATOS CORRELACIONADOS

IMPORTANTE:

Si x e y NO fueron medidos simultáneamente, entonces $s_{xy} = 0$

-Por ejemplo si mido la longitud de un péndulo 10 veces con una regla y luego su período 50 veces con un cronómetro, puedo asegurar que $s_{LT} = 0$

-En el caso de la medición de R , si el tiempo de medición es mayor que el tiempo característico de la fuente de corriente (típicamente 50 Hz), se pierde la correlación y $s_{IV} = 0$.

Ajuste por cuadrados mínimos con funciones no lineales en los parámetros

Si los datos NO son lineales en los parámetros:

0) Ver si hay forma de **linealizar**. Por ej. $y = \frac{A}{1+Bx} \rightarrow \frac{1}{y} = \frac{1}{A} + \frac{B}{A}x$

1) Proponer un modelo que describa “adecuadamente” los datos:

$$y(x) = f(x, a_1, a_2, \dots, a_N)$$

Considerar que si dos modelos funcionan, conviene tomar el que usa menos parámetros (Navaja de Occam).

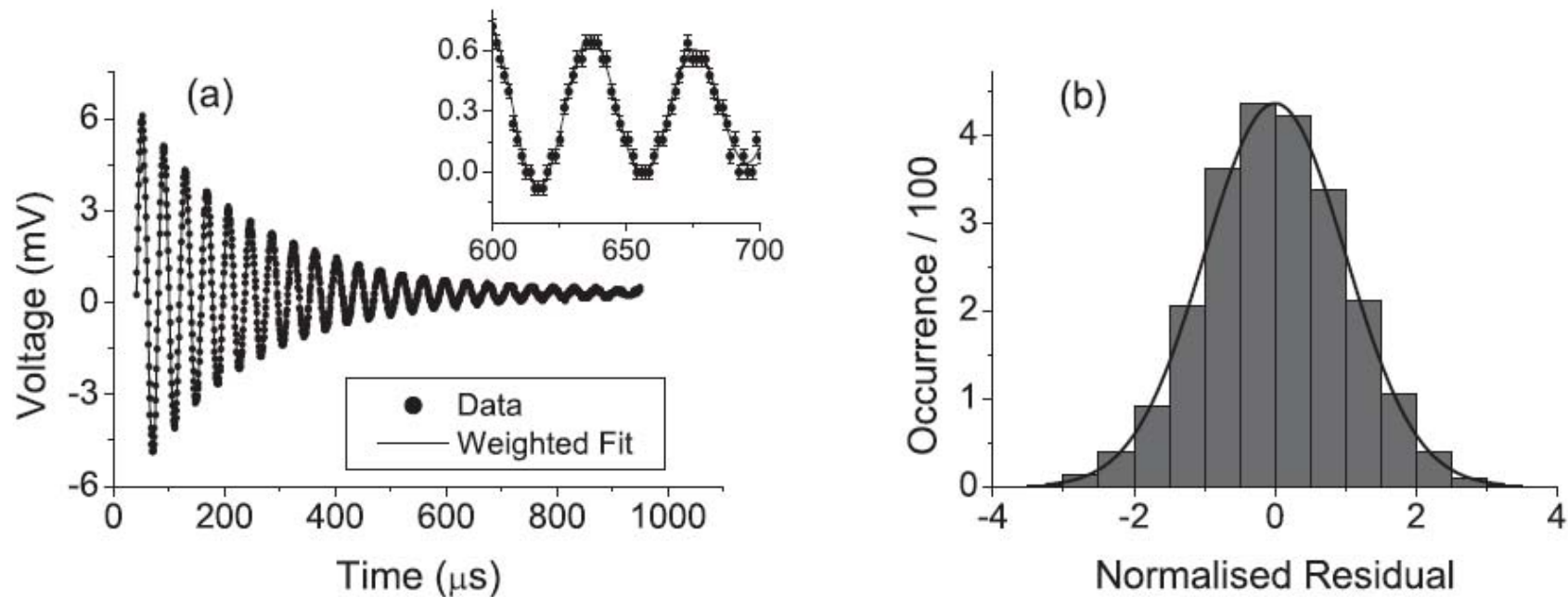
2) Dado un conjunto $(a_1, a_2, \dots, a_N)$ calcular los residuos normalizados para cada x_i, y_i

$$R_i^2 = \left[\frac{y_i - y(x_i)}{\sigma_{y_i}} \right]^2, \quad \chi^2 = \sum R_i^2$$

3) Modificar $a_1, a_2, \dots, a_N$ hasta obtener un mínimo en χ^2 . (Ya veremos como)

4) Independientemente de que método usemos es FUNDAMENTAL partir de valores iniciales de $a_1, a_2, \dots, a_N$ cercanos a los óptimos.

Ejemplo: Circuito RLC



$$V(t) = V_{\text{bgd}} + V_0 \cos\left(2\pi \frac{t}{T} + \phi\right) \exp(-t/\tau).$$

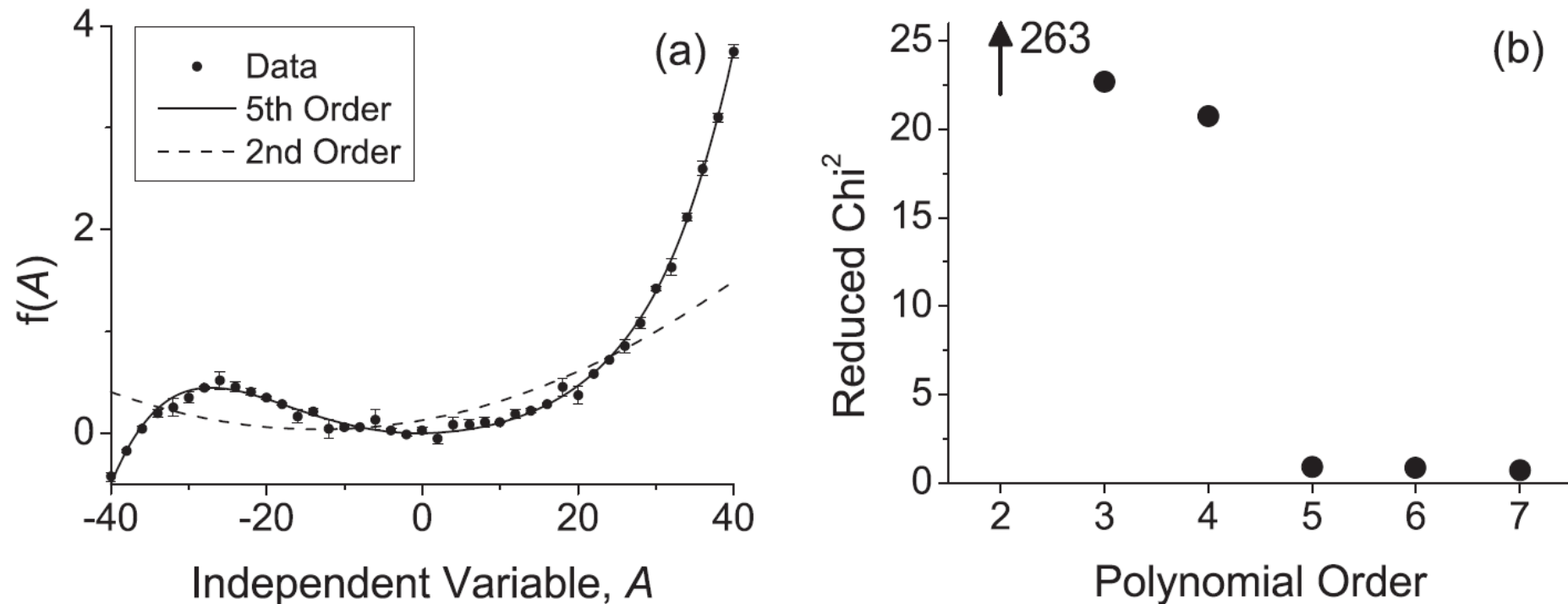
¿Qué valores estimativos para los parámetros iniciales utilizaríamos?

Un primer criterio para ver si el modelo es adecuado:

- Aprox. 2/3 de los datos con su error deben solapar la función de ajuste
- Los Residuos **Normalizados** deben tener distribución Gaussiana

Navaja de Occam

Evitar la sobreparametrización del modelo de ajuste de datos



OJO con los polinomios de orden N "grande" si queremos *EXTRAPOLAR* datos

For every complex problem there is an answer that is clear, simple, neat, plausible, and ... WRONG.
Henry-Louis Mencken

Métodos numéricos para encontrar el mínimo de χ^2

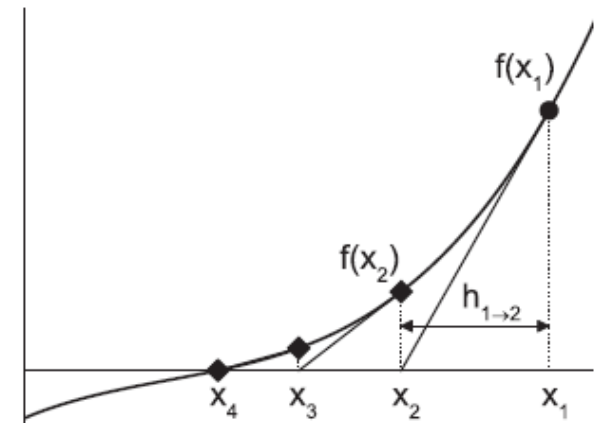
Todas las técnicas son **iterativas** y proponen algún algoritmo que va convergiendo al conjunto $a_1, a_2, \dots, a_N$ que minimiza χ^2 .

1) Newton-Raphson (1D) (Resuelve $f(x)=0$).

Si $f(x_1+h)=0 \sim f(x_1)+f'(x_1).h \Rightarrow h = -f(x_1)/f'(x_1)$

Defino $x_2 = x_1 + h = x_1 - f(x_1)/f'(x_1)$ y $h = -f(x_2)/f'(x_2)$
y sigo hasta que $f(x_n) < \varepsilon$

-Converge rápido si x_1 está cercano a la solución

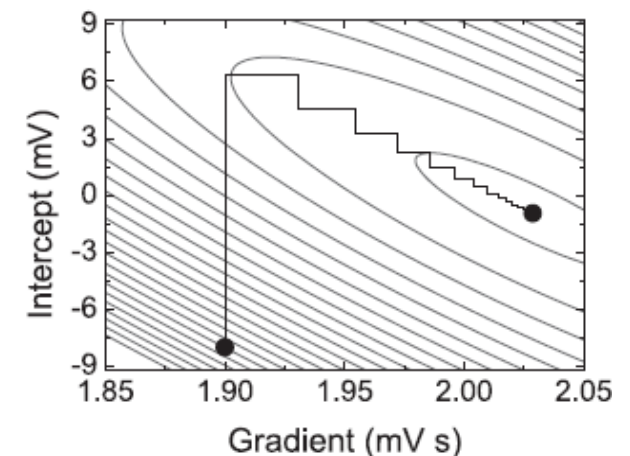


2) Grid Search

Para dos o más variables voy modificando de a una hasta encontrar un mínimo y paso a la siguiente.

-Es simple y depende poco de los parámetros iniciales

-Converge MUY lentamente si hay correlaciones.



3) Método de máximo gradiente

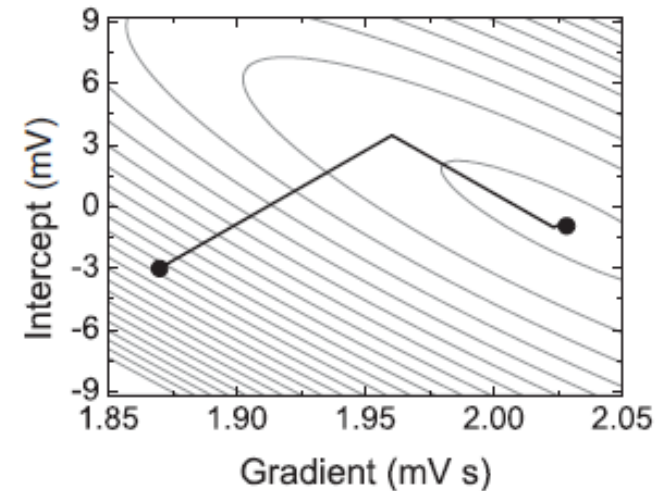
Se define la componente i del vector gradiente de χ^2 como

$$(\nabla \chi^2)_i = \frac{\partial \chi^2}{\partial a_i} \approx \frac{\chi^2(a_i + \delta a_i) - \chi^2(a_i)}{\delta a_i}$$

Si $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_N)$ uso como regla recursiva

$$\mathbf{a}_{s+1} = \mathbf{a}_s - \beta \nabla \chi^2(\mathbf{a}_s)$$

β es un factor de escala “convenientemente” elegido



- + Inicialmente converge muy rápido
- Cuando me acerco al χ^2 mínimo la convergencia es más lenta ($\nabla \chi^2 \sim 0$)
- La determinación de $\nabla \chi^2$ tiene mucho error porque resta dos números muy parecidos

4) Método de Newton-Raphson de segundo orden

En un entorno del $\min \chi^2$ la superficie es parabólica y puede aprox. por:

$$\chi^2(\mathbf{a}_s + \mathbf{h}) \approx \chi^2(\mathbf{a}_s) + \mathbf{g}_s^t \mathbf{h} + \frac{1}{2} \mathbf{h}^t \mathbf{H}_s \mathbf{h}$$

$$\mathbf{g}_s = \nabla \chi^2(\mathbf{a}_s) = \left[\frac{\partial \chi^2}{\partial a_1}, \dots, \frac{\partial \chi^2}{\partial a_N} \right]_{\mathbf{a}_s} \quad \mathbf{H}_s(\mathbf{a}_s) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_1^2} & \dots & \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_1 \partial a_N} \\ \vdots & & \vdots \\ \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_N \partial a_1} & \dots & \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_N^2} \end{bmatrix}$$

$$\nabla \chi^2(\mathbf{a}_s + \mathbf{h}) = \mathbf{g}_s + \mathbf{H}_s \mathbf{h} = 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{h} = -\mathbf{H}_s^{-1} \mathbf{g}_s$$

Regla de iteración $\mathbf{a}_{s+1} = \mathbf{a}_s + \mathbf{h} = \mathbf{a}_s - \mathbf{H}_s^{-1} \mathbf{g}_s$

-Funciona bien solo cuando los parámetros iniciales son cercanos al valor que minimiza χ^2 .

5) Método de Levenberg-Marquardt

Combina 3) y 4) usando 3) para aproximarse rápidamente a la solución y 4) para obtener valores más refinados. Notar que las reglas de iteración son similares

$$3) \quad \mathbf{a}_{s+1} = \mathbf{a}_s - \beta \mathbf{g}_s$$

$$4) \quad \mathbf{a}_{s+1} = \mathbf{a}_s - \mathbf{H}_s^{-1} \mathbf{g}_s$$

L-M propusieron:

$$\mathbf{a}_{s+1} = \mathbf{a}_s - (\bar{\mathbf{H}}_s)^{-1} \mathbf{g}_s, \quad (\bar{\mathbf{H}}_s)_{ii} = (1 + \lambda)(\mathbf{H}_s)_{ii}, \quad (\bar{\mathbf{H}}_s)_{jk} = (\mathbf{H}_s)_{jk}$$

$\lambda \ll 1$ 4) Newton-Raphson

$\lambda \gg 1$ 3) Máximo gradiente

5) Método de Levenberg-Marquardt

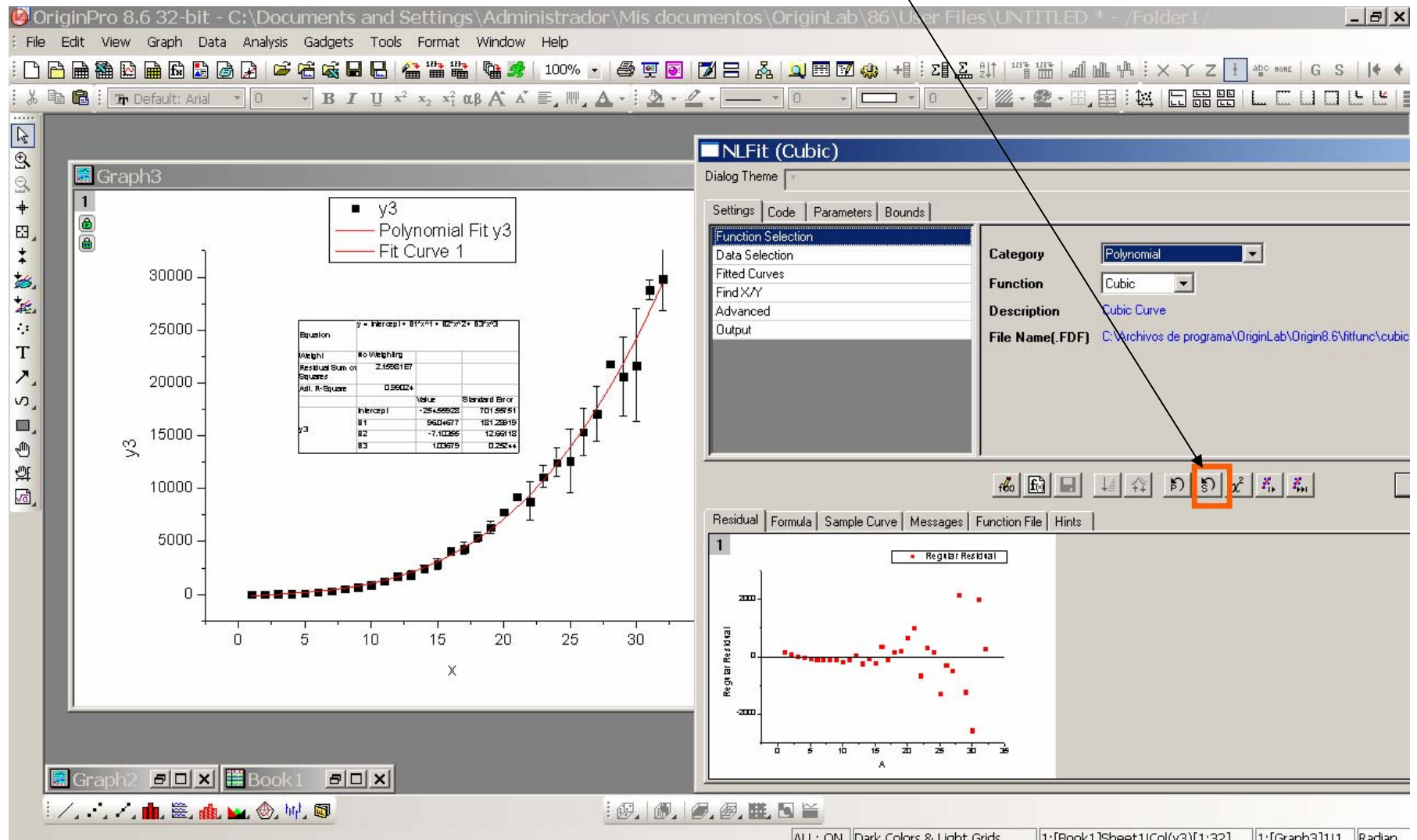
- 1) Elegir un valor inicial para $\mathbf{a}$, evaluar χ^2 , iniciar $\lambda \sim 10^{-3}$
- 2) Calcular $\mathbf{h}$ en base a $\overline{\mathbf{H}}$ y evaluar χ^2 en $\mathbf{a} + \mathbf{h}$
- 3) Si χ^2 aumentó, incrementar λ (típico $\times 10$) y volver a 2
- 4) Si χ^2 disminuyó, decrementar λ (típico $\times 10$), actualizar $\mathbf{a} = \mathbf{a} + \mathbf{h}$, y volver a 2

En algún lugar poner condición de convergencia para parar (típico en 2)

Este método combina eficientemente 3) y 4) y es el que utilizan la mayoría de los programas de ajuste de datos.

6) Método Simplex

En los casos en que no tenemos mucha idea de los parámetros se puede hacer una primera aproximación con el método Simplex



6) Método Simplex

(Fitting Curves to Data The Simplex algorithm is the answer. M. Caceci and W.Cacheris, Byte p340, 1984)

Un Simplex es una figura geométrica que en M dimensiones tiene $M+1$ vértices (en 2D es un triángulo, en 3D un tetraedro)

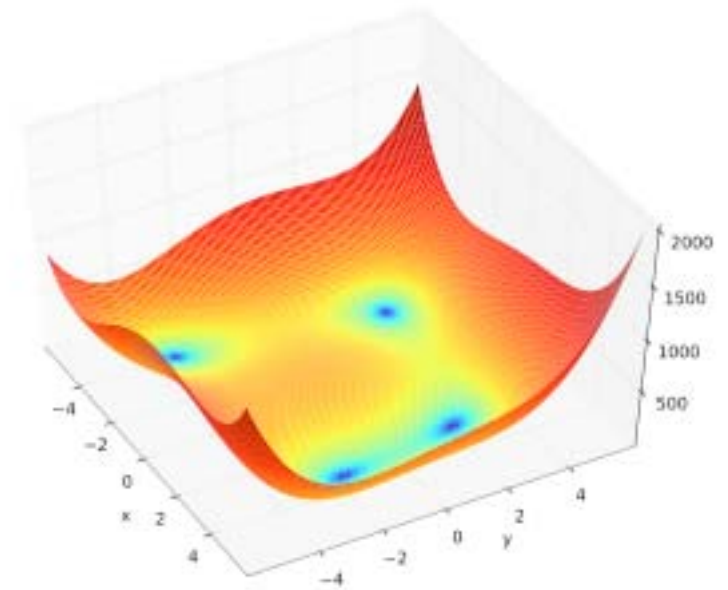
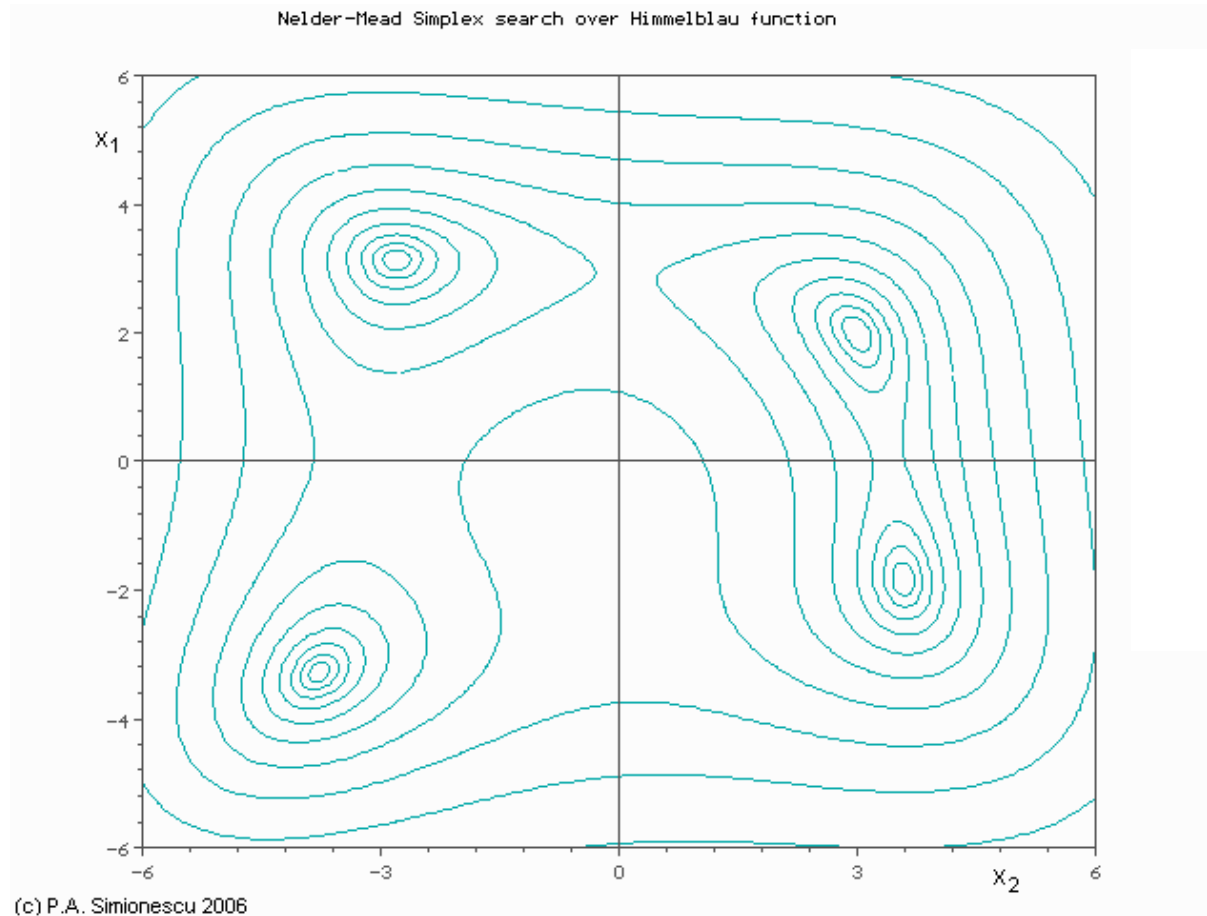
- 1) Empezar con un Simplex inicial ($\mathbf{a}$ inicial).
- 2) Evaluar χ^2 en cada vértice y elegir el vértice donde es mayor.
- 3) Reflejar este vértice en la cara opuesta y evaluar χ^2 y redefinir los vértices del Simplex.

A esto se le agregan tests para escalear el tamaño del Simplex con reglas de reflexión, expansión, contracción y reducción, hasta que converge a un mínimo en χ^2 .

Simplex

Función de Himmelblau

$$f(x,y) = (x^2 + y - 11)^2 + (x + y^2 - 7)^2$$



Ventajas:- No diverge

- χ^2 se evalúa pocas veces en cada iteración
- No hace falta derivar numéricamente
- No hace falta invertir matrices

Estimación de la incerteza en los parámetros de ajuste

Definimos la “Matriz de Curvatura” $A = \frac{1}{2} H \Rightarrow A_{jk} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial a_j \partial a_k}$

Y la “Matriz de Covarianza” $C = A^{-1}$

La incerteza en el parámetro a_i viene dada por $\sigma_{a_i} = \sqrt{C_{ii}}$

Si $C_{jk} = 0 \Rightarrow$ incertezas NO correlacionadas

Si $C_{jk} \neq 0 \Rightarrow$ HAY correlación.

Para el caso particular de una recta $y = mx + c$

$$\chi^2 = \sum_i \frac{(y_i - y(x_i))^2}{\sigma_i^2}; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial c^2} = \sum_i \frac{1}{\sigma_i^2}; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial m^2} = \sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}; \quad \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial c \partial m} = \sum_i \frac{x_i}{\sigma_i^2}$$

$$C = A^{-1} = \frac{1}{A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21}} \begin{bmatrix} A_{22} & -A_{21} \\ -A_{12} & A_{11} \end{bmatrix} = \frac{1}{\Delta} \begin{bmatrix} A_{22} & -A_{21} \\ -A_{12} & A_{11} \end{bmatrix}$$

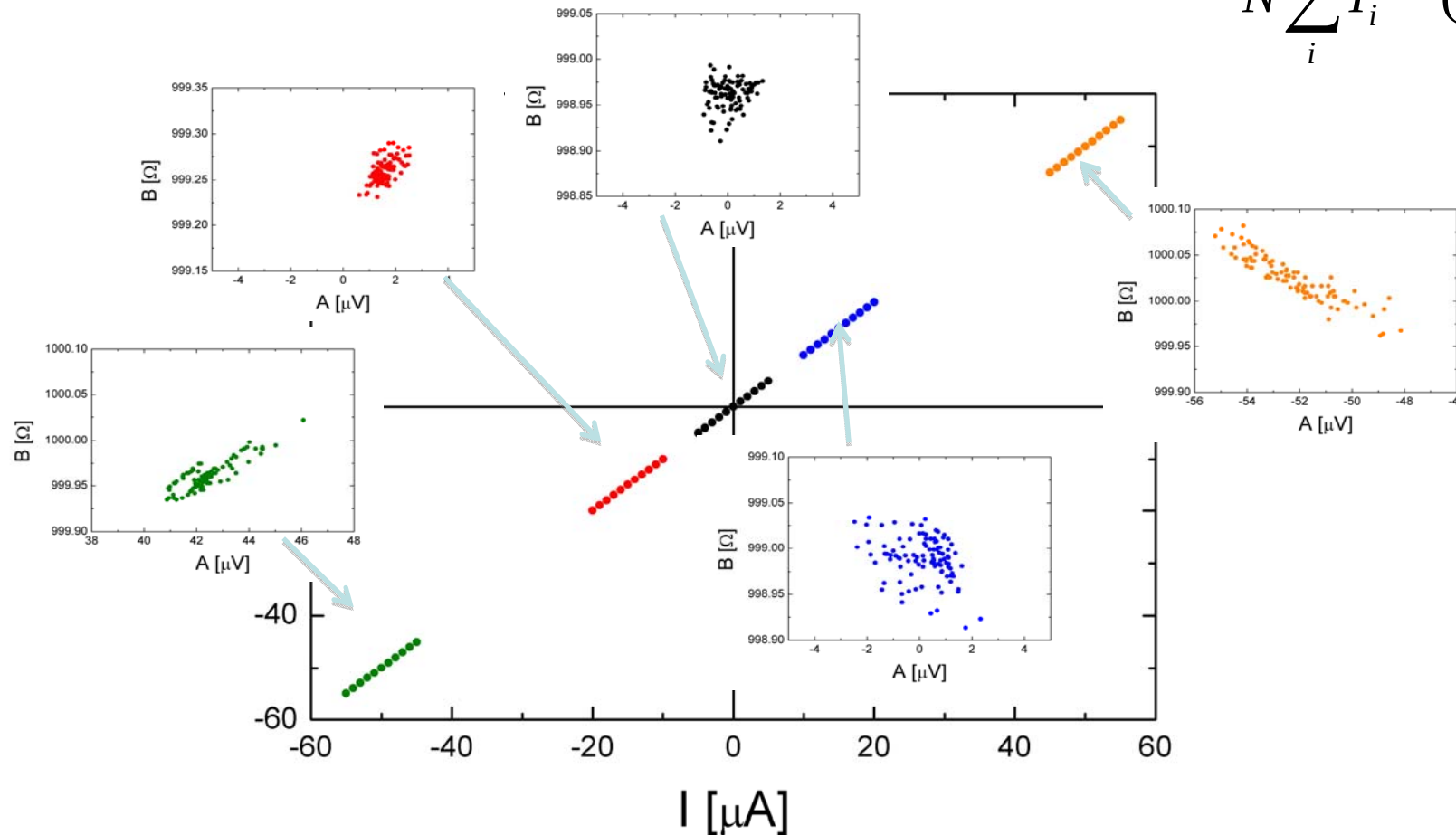
$$\sigma_c^2 = \frac{\sum_i \frac{x_i^2}{\sigma_i^2}}{\Delta}; \quad \sigma_m^2 = \frac{\sum_i \frac{1}{\sigma_i^2}}{\Delta};$$

$$\text{Si } \sigma_i = \sigma_j = \sigma \Rightarrow \sigma_c^2 = \frac{\sigma^2 \sum_i x_i^2}{N \sum_i x_i^2 - (\sum_i x_i)^2}; \quad \sigma_m^2 = \frac{N \sigma^2}{N \sum_i x_i^2 - (\sum_i x_i)^2}$$

Ver que la correlación no necesariamente es igual a cero ya que $C_{12} = -\bar{x}/(\Delta \sigma^2)$

Como ejemplo, mido la curva I - V de una resistencia de $1\text{ k}\Omega$.
 Lo hago en distintos rangos de I y para cada rango lo hago 100 veces.
 Ajusto entonces 100 rectas para cada rango y grafico la
 Pendiente B vs la ordenada A

$$s_{IV} = -\frac{\bar{I}}{N \sum_i I_i^2 - (\sum_i I_i)^2} s_V^2$$



Hay una correlación como la que se espera. Negativa para $\bar{x} > 0$, positiva para $\bar{x} < 0$ y aparentemente nula para $\bar{x} = 0$.

¿Cómo determinar si un modelo describe bien los datos experimentales?

- Con lo ya visto puedo determinar $\mathbf{a}$, σ_a y obtener un valor para $\chi^2_{\min}$.
- Definimos los grados de libertad como:
 $N_L = N_D - N_P$ (N° datos – N° parámetros)

- χ^2 es una variable aleatoria con f. distribución:

$$X(\chi^2, N_L) = \frac{(\chi^2)^{\frac{N_L}{2}-1} e^{-\frac{\chi^2}{2}}}{2^{\frac{N_L}{2}} \Gamma\left(\frac{N_L}{2}\right)}$$

$X(\chi^2, N_L)$: valor medio N_L , media $\sim N_L - 2/3$, moda $\sim N_L - 2$

$\sigma_{\chi^2} = \sqrt{2N_L}$. Es aprox. Gaussiana para $N_L > 10$.

Defino también la probabilidad P de obtener un valor de χ^2 entre $\chi^2_{\min}$ e infinito como

$$P(\chi^2_{\min} \leq \chi \leq \infty, N_L) = \int_{\chi^2_{\min}}^{\infty} X(\chi^2, N_L) d\chi^2$$

Si hay buen acuerdo entre modelo y datos:

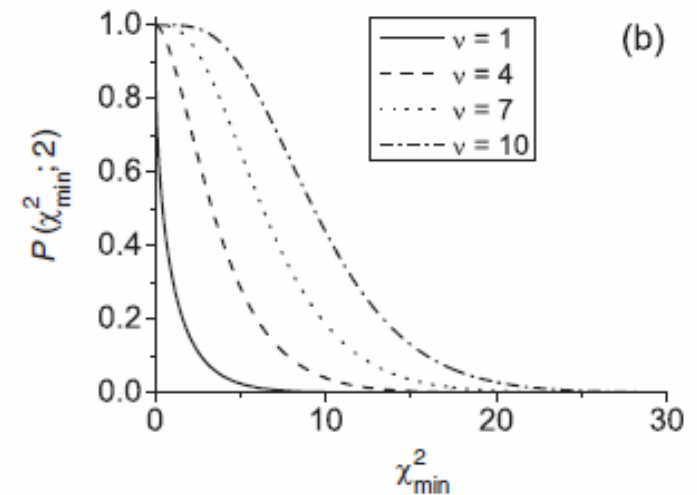
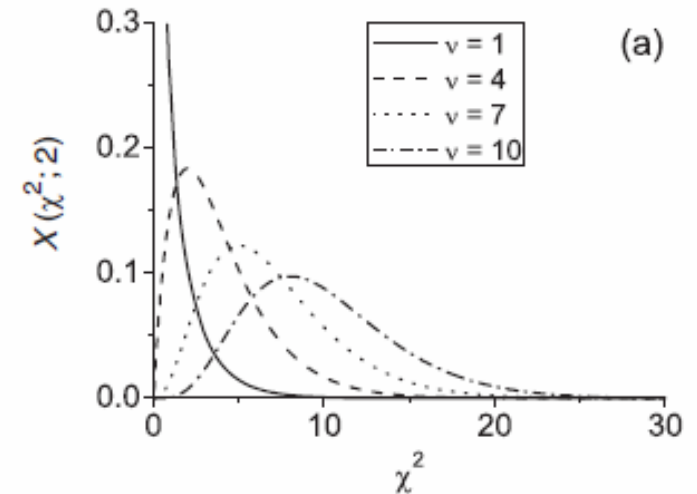
$\chi^2_{\min} \sim N_L$ (valor medio)

y por lo tanto:

$$P(\sim N_L \leq \chi \leq \infty, N_L) \sim 0.5$$

También se define χ^2 reducido o normalizado como:

$$\chi^2_n = \chi^2_{\min} / N_L$$



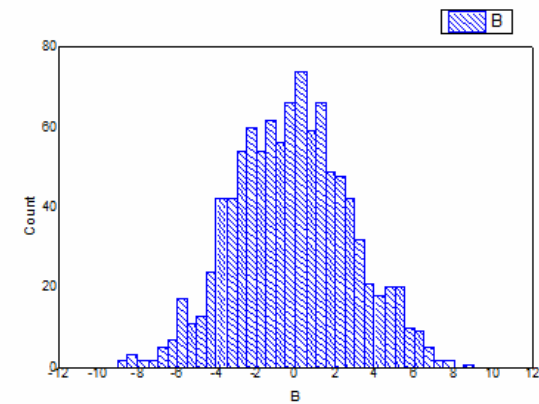
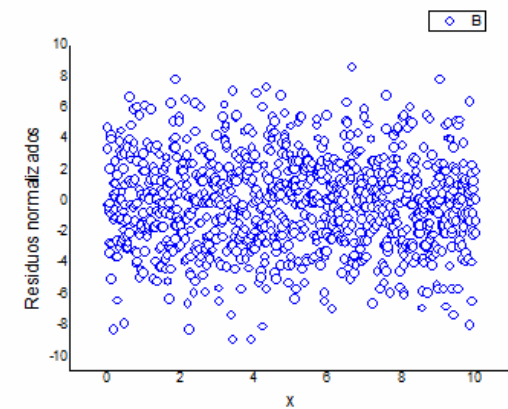
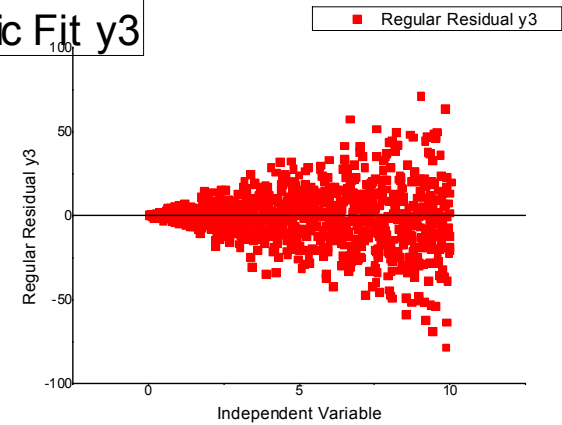
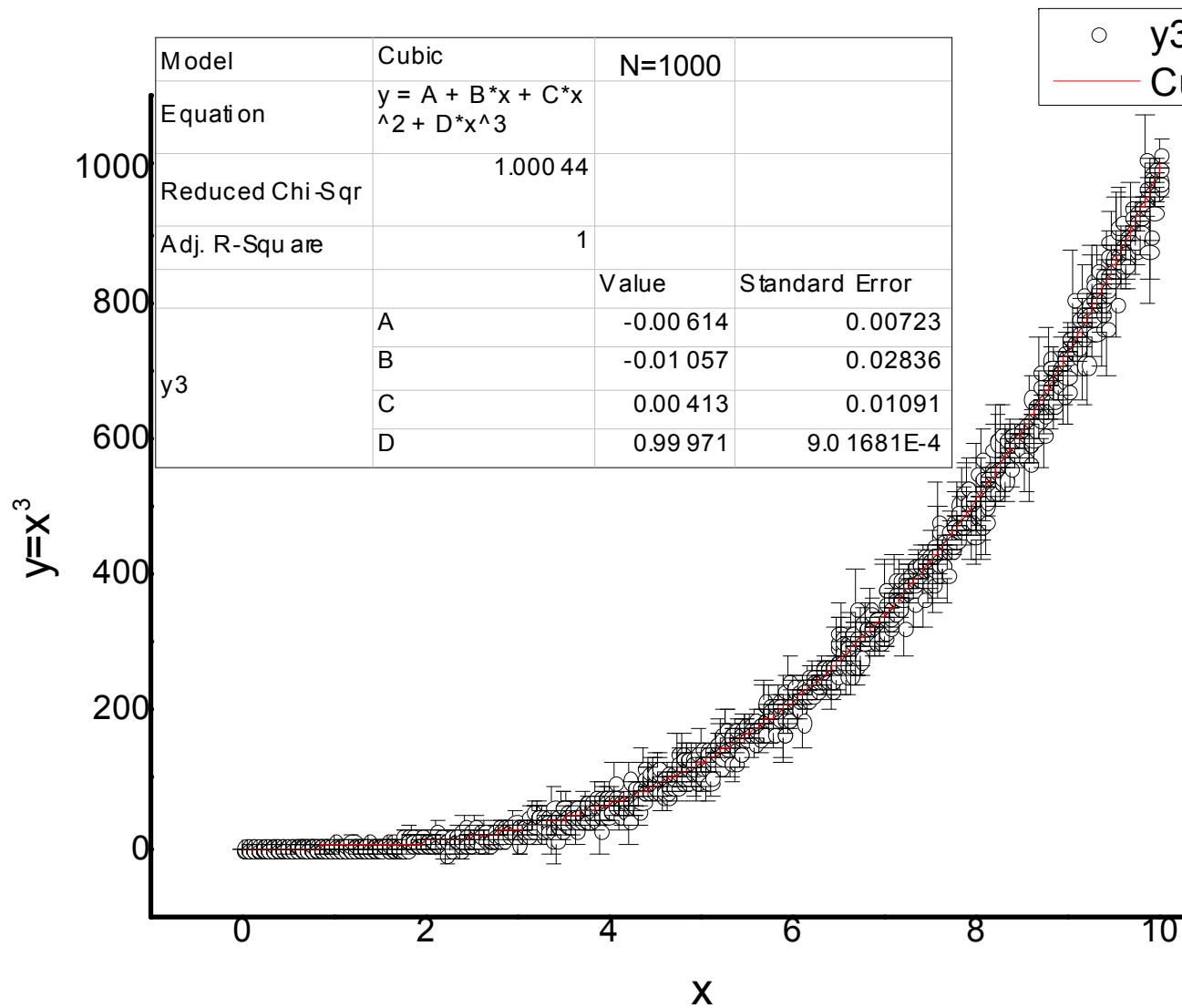
RESUMIENDO

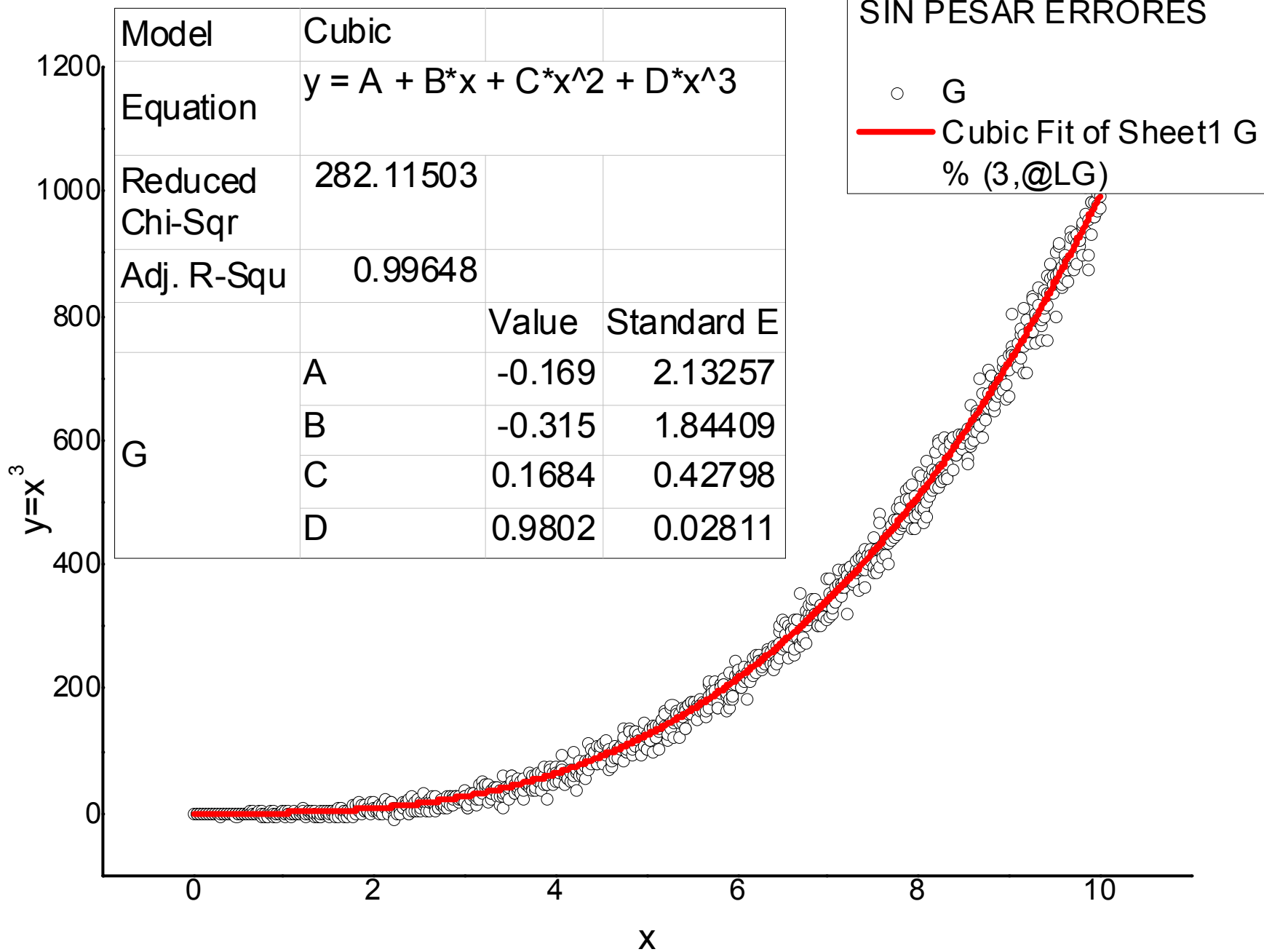
- Para un ajuste razonable: $P(\chi^2_{\min}, N_L) \sim 0.5$
- Si $P(\chi^2_{\min}, N_L) \rightarrow 1$ chequear incertezas de datos
- El modelo NO SE RECHAZA $\chi^2_{\min}$ está dentro de 2σ (95%)
- $N_L - \text{Sqrt}(2N_L) < \chi^2_{\min} < N_L + \text{Sqrt}(2N_L)$
- El modelo se CUESTIONA si $P(\chi^2_{\min}, N_L) < 10^{-3}$ o > 0.5
- El modelo se RECHAZA si $P(\chi^2_{\min}, N_L) < 10^{-4}$

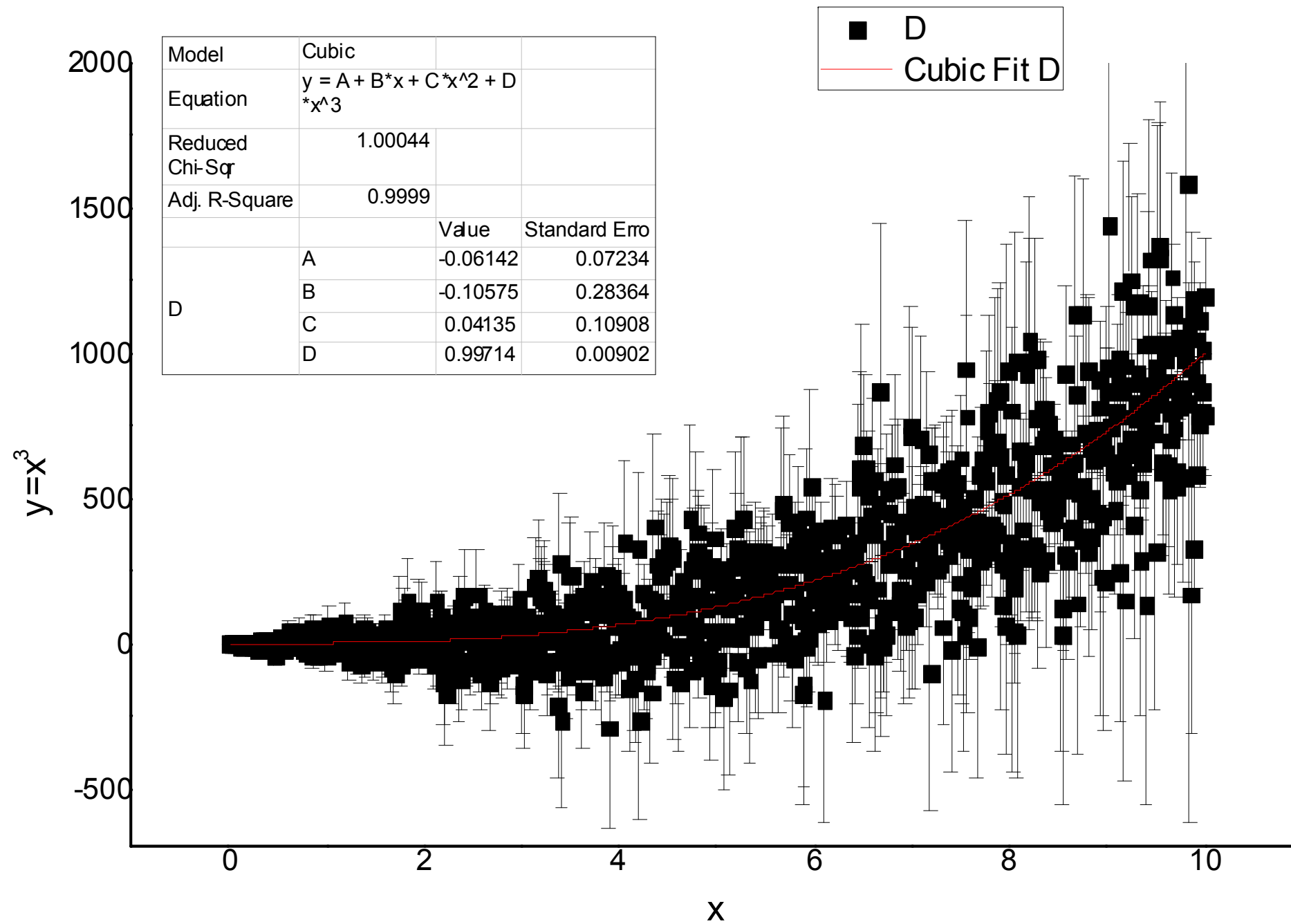
❖ $\chi^2_n \sim 1$ OK

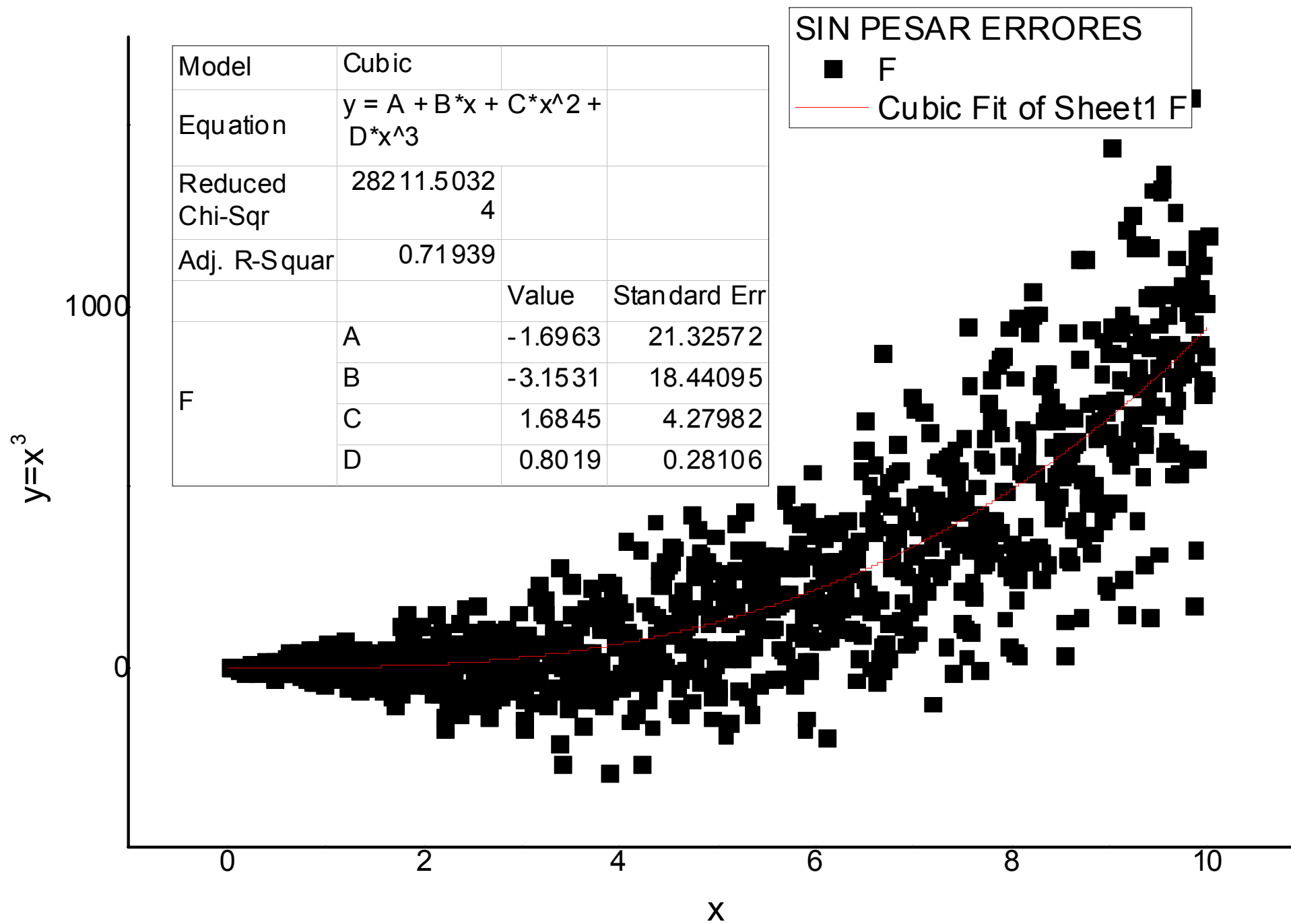
❖ $\chi^2_n \ll 1$ chequear incertezas de datos

❖ $\chi^2_n > 1.5$ el modelo debe ser CUESTIONADO









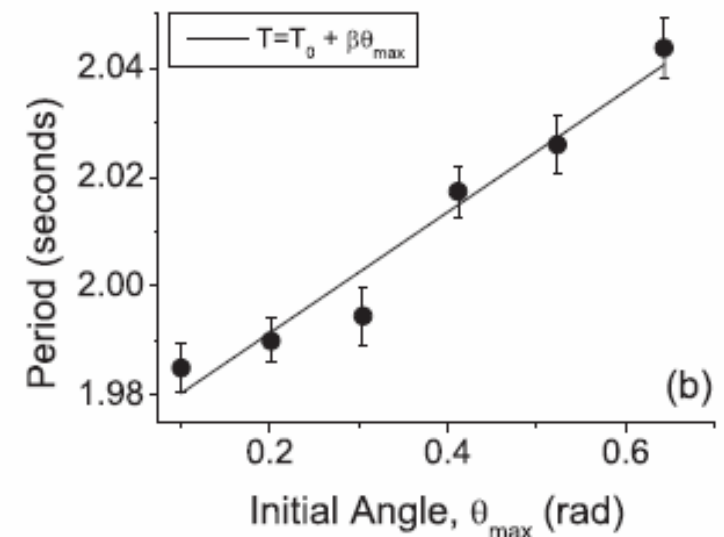
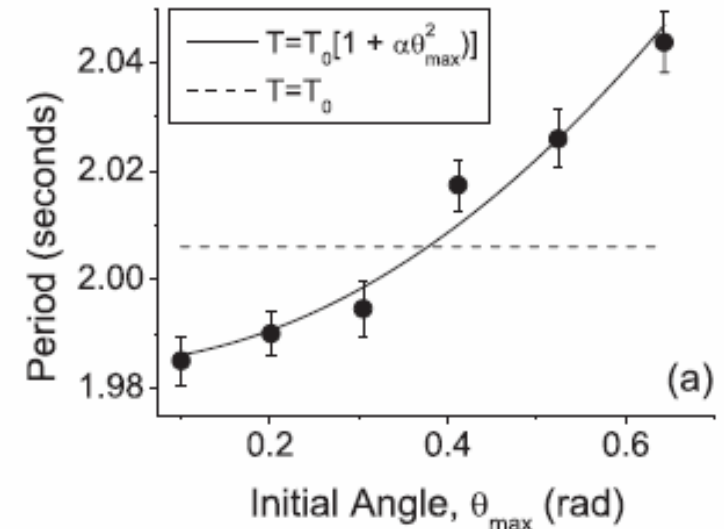
Ejemplo del período del péndulo

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \left[1 + \frac{1}{16} (\theta_{\max})^2 \right]$$

Table 8.2 Three different models are used for the dependence of the period of oscillation of a pendulum on the initial angular displacement.

Model	Degrees of freedom	$\chi_{\min}^2$	χ_{ν}^2	$P(\chi_{\min}^2; \nu)$
$T = T_0$	5	107.2	21.4	1.6×10^{-21}
$T = T_0 [1 + \alpha \theta_{\max}^2]$	4	3.39	0.9	0.49
$T = T_0 [1 + \beta \theta_{\max}]$	4	4.39	1.1	0.36

La estadística no me responde cuál
 modelo es más apropiado
 ¡Aplicar criterios físicos!
 Por ejemplo paridad de la función

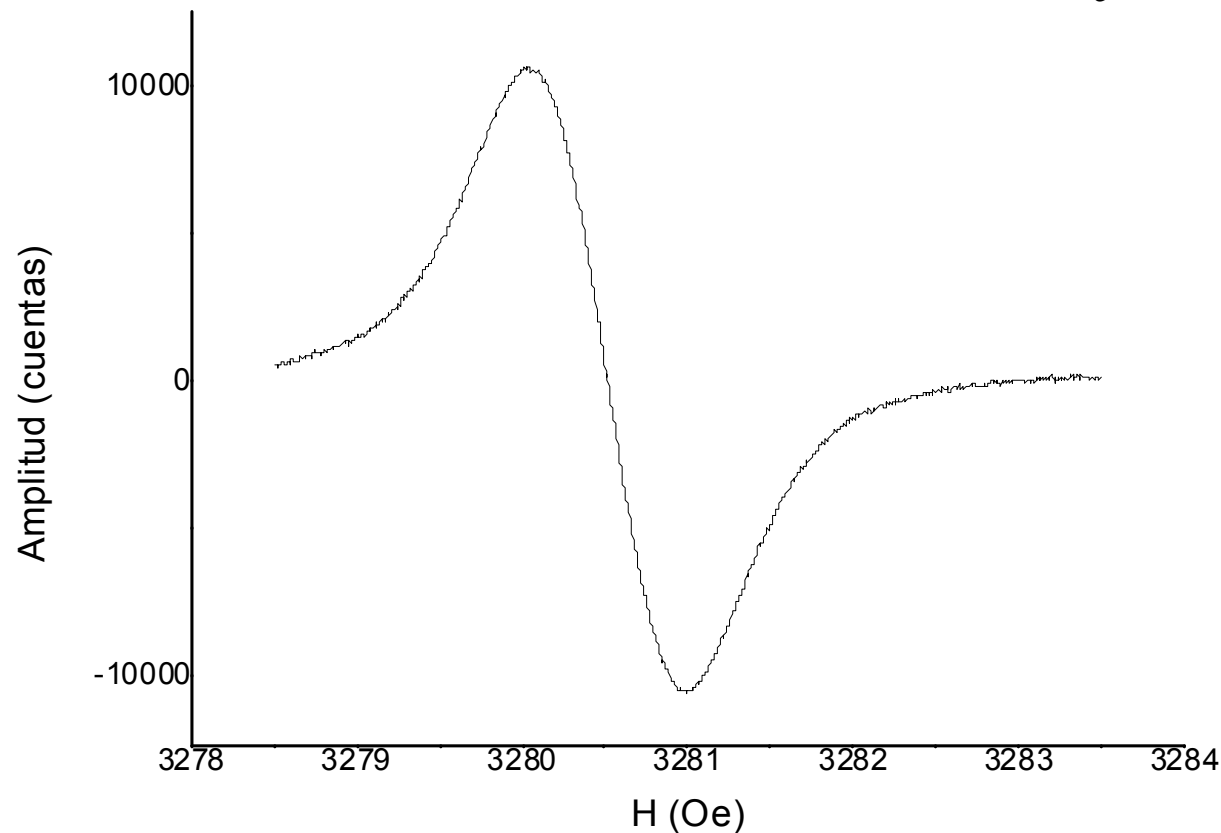


Otro ejemplo de la vida real

Ajuste de una señal en forma de “campana” (en este caso la derivada)

-Gaussiana? $f_G(x) = y_0 + Ae^{\frac{2(x-x_c)^2}{w^2}}$

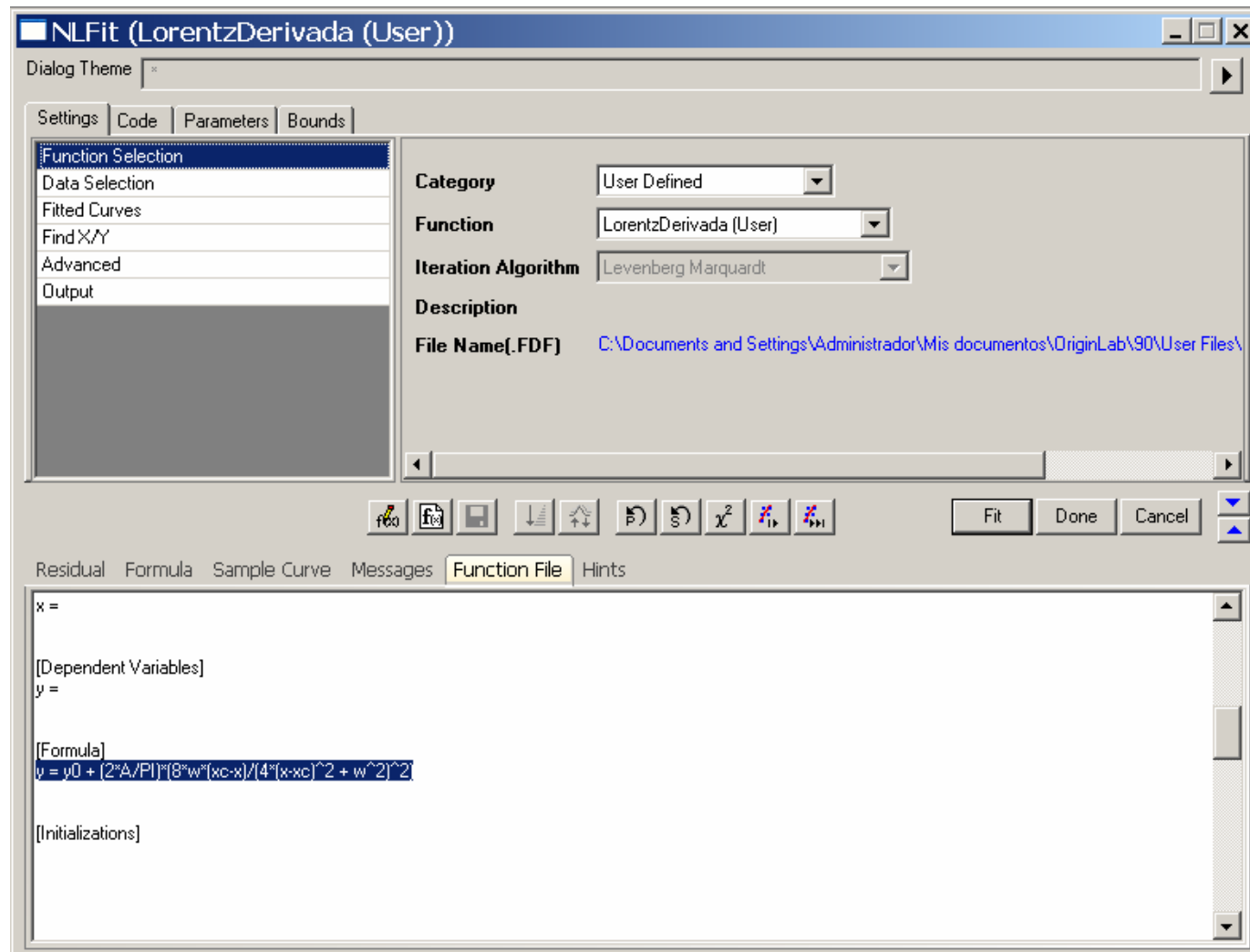
-Lorentziana? $f_L(x) = y_0 + A\frac{1}{4(x-x_c)^2 + \Delta x^2}$



1) Las derivadas de estas funciones no suelen venir definidas en los programas de ajuste, así que primero hay que crearlas.

$$y'_L = y_0 + (2*A/PI)*(8*w*(xc-x)/(4*(x-xc)^2 + w^2)^2)$$

$$y'_G = y_0 + (4*A/(w^3*sqrt(PI/2)))*(exp(-2*((x-xc)/w)^2)*(xc-x))$$



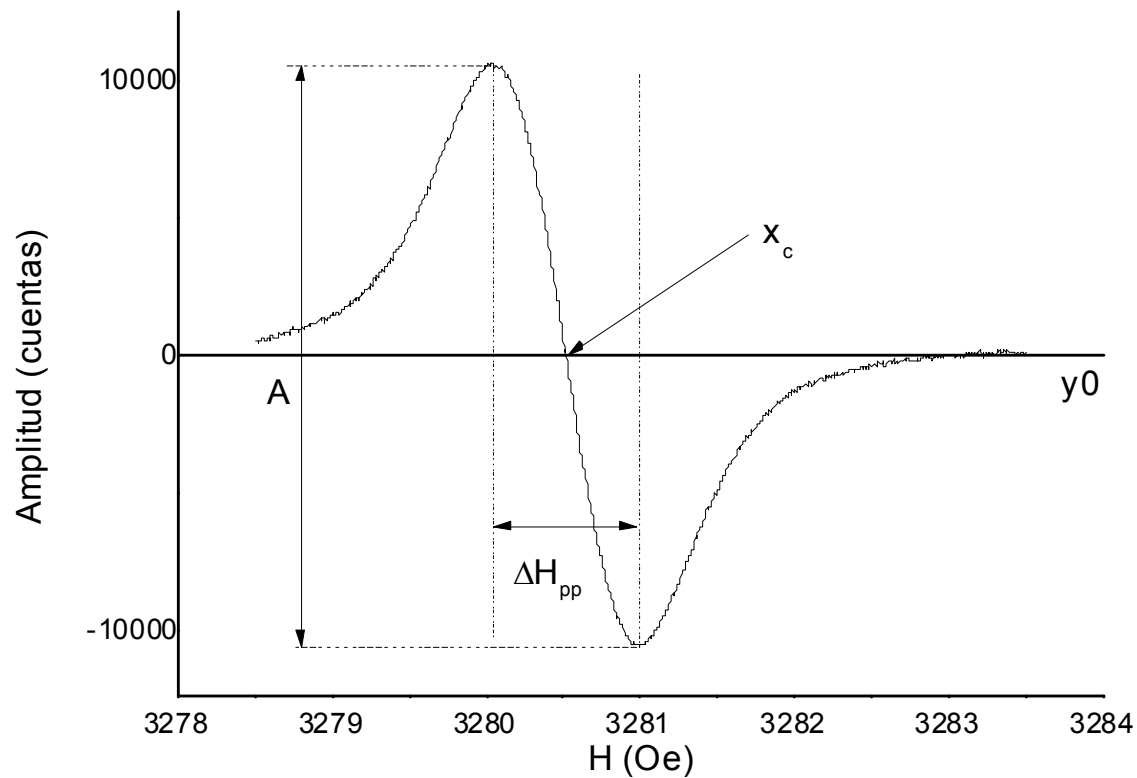
2) INICIALIZAR los parámetros lo mejor que se pueda.
En este ejemplo:

$x_c \sim 3280.5$

$w \sim 1$ (depende de la función!)

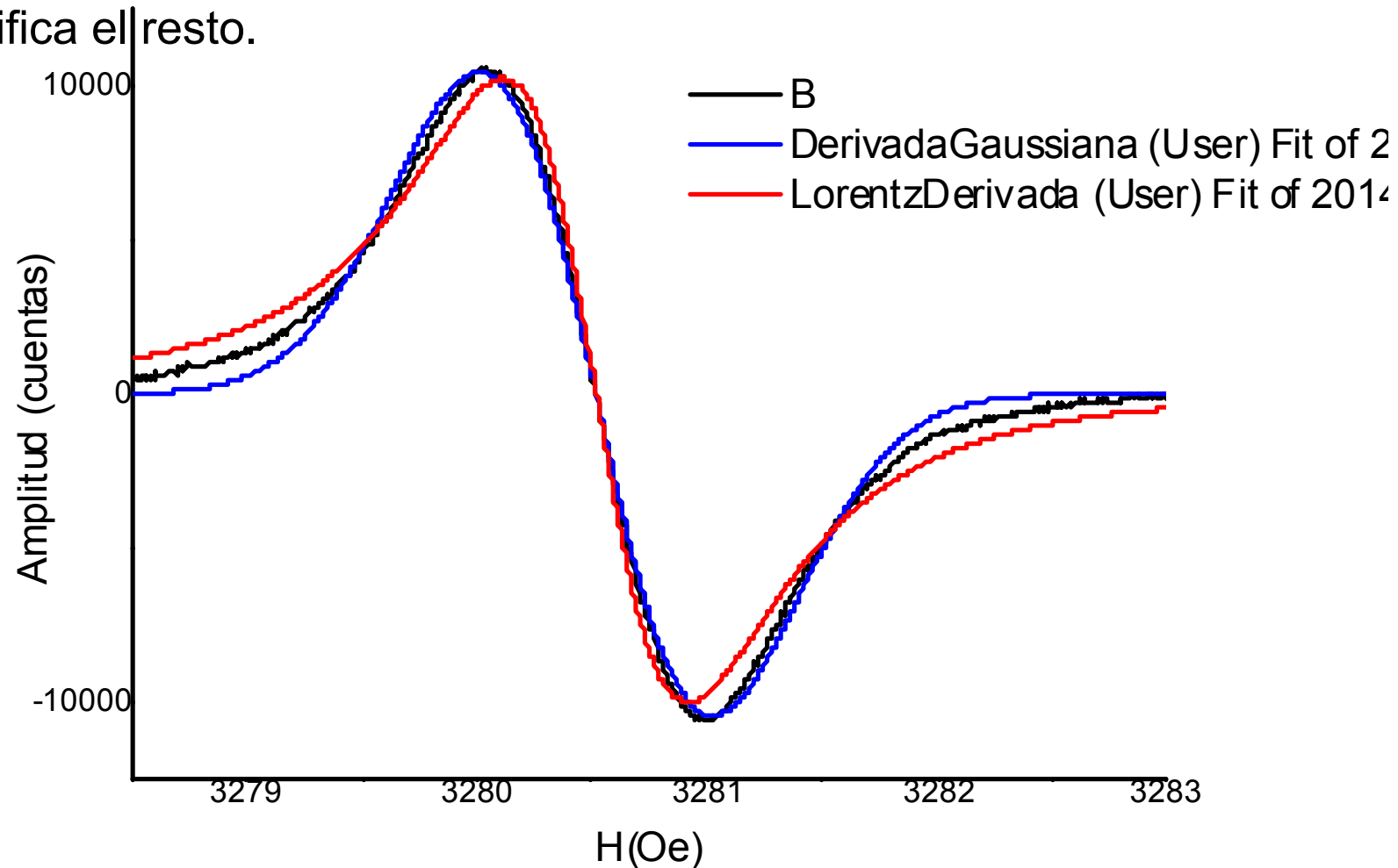
$y_0 \sim 0$

$A \sim 20000$ (si f está normalizada)

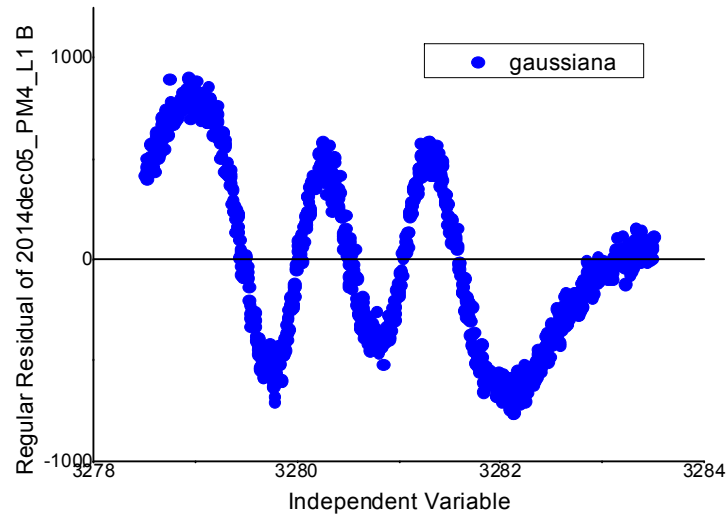


3) Ajustar.

- Conviene empezar con una iteración de Simplex antes de usar el L-M.
- Suele ser útil dejar uno o más parámetros fijos.
- Continuar hasta que se cumpla el criterio de convergencia.
- Modificar parámetros que nos parezcan mal ajustados y ver cómo se modifica el resto.

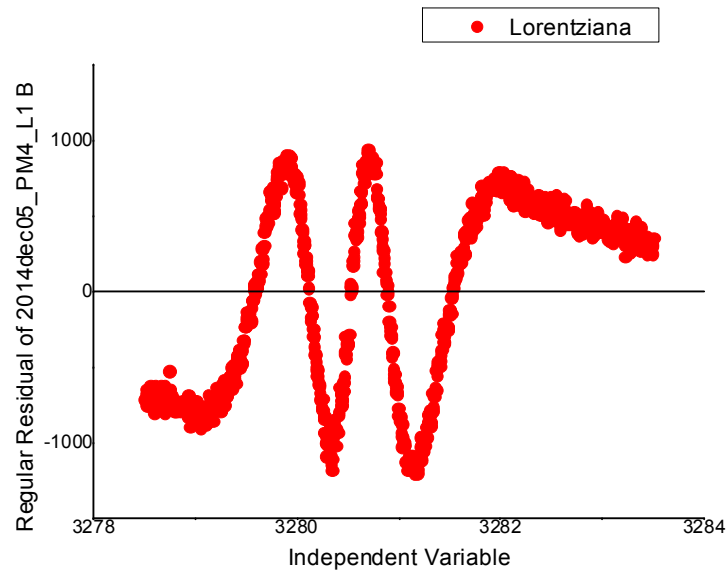


4) Analizar errores del ajuste y curva de residuos.



	Value	Standard Error
A	11134.00092	--
y0	-1.05575	13.7159
w	1.01391	0.00221
xc	3280.51453	--

You may have overparameterized the fitting function. Fixing one of them may eliminate this problem.



	Value	Standard Error
y0	120.9348	87.64724
A	23905.93808	748086.4778
w	1.39556	0.00709
xc	3280.51392	513.19877

5) Conclusión

Ninguna de las dos funciones describe correctamente el espectro experimental.

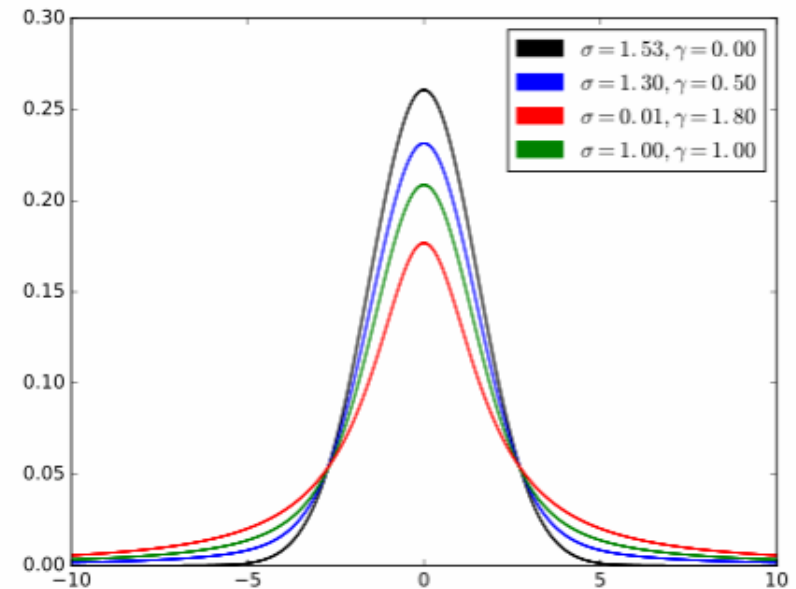
Si sólo quiero x_c , w y A
 $\Rightarrow$ Gaussiana OK

Si necesito ajustar mejor puedo usar
Pseudo Voigt

$$V_p(x) = \eta f_L(x) + (1-\eta) f_G(x)$$
$$0 < \eta < 1$$

(Centered) Voigt

Probability density function



Plot of the centered Voigt profile for four cases. Each case has a full width at half-maximum of very nearly 3.6. The black and red profiles are the limiting cases of the Gaussian ($\gamma = 0$) and the Lorentzian ($\sigma = 0$) profiles respectively.

Cómo escribir y presentar un informe*

¿Cómo comenzar?

- Analizar qué **información** presentar y cuál es la mejor forma de hacerlo.
- Hacer un **esquema** preliminar de cómo presentar la información.
- Decidir qué **figuras** son las que describen de manera clara y en un orden lógico la información que queremos comunicar.
- A esta altura deberíamos tener claro si los datos que tenemos medidos son suficientes para validar los resultados.
- Tener siempre presente la organización **C-C-C** (Contexto-Contenido-Conclusiones)

*Ernesto N. Martínez, Cómo organizar un artículo científico. Página de la cátedra.

Cómo escribir y presentar un informe

¿Cómo estructurar un informe?

- Frase breve que defina lo que hicimos/obtuvimos → **Título**
- Un párrafo que sintetice el trabajo → **Resumen**
- ¿Cuál es el problema tratado? → **Introducción**
- ¿Cómo lo estudiamos? → **Método Experimental**
- ¿Qué encontramos y cómo lo interpretamos? → **Resultados y Discusión**
- ¿Qué implican estos resultados? → **Conclusiones.**

Cómo escribir y presentar un informe

Título:

- Es la única parte del artículo que la mayoría de la gente va a leer.
- Debe ser informativo, veraz y atractivo*.
- EVITAR: “Estudio de...”, “Investigación de...”
- Puede dejarse para el final del informe/artículo.

* “Senos excitados” promete demasiado para un artículo sobre niveles de energía en un oscilador armónico. Si lo publicamos en la web tendremos muchas visitas... y pocas lecturas!

Cómo escribir y presentar un informe

Autores y filiación:

- Utilizar: Nombre I. Apellido(s) (en papers N. I. Apellido(s))
- En un paper el 1º autor suele ser quién hizo el trabajo y el último quién mandó al primero a trabajar...
- Como filiación se sugiere:
(Física Experimental II/ Laboratorio II)
Instituto Balseiro, CNEA-UNCuyo, Bariloche, Argentina (en un paper deben ir las instituciones sin acrónimos)
- Agregar la fecha

Implementación de un sistema de mapeo de potencia de señal Wi-Fi

Paulo de los Santos y Francisco G. Marquinez

Centro Atómico Bariloche e Instituto Balseiro. Comisión Nacional de Energía Atómica (CNEA). Universidad Nacional de Cuyo (UNCUYO). Av. Bustillo 9500, 8400 Bariloche, Río Negro, Argentina.

(20 de mayo de 2020)

Cómo escribir y presentar un informe

Resumen/Abstract:

- Debe describir en forma breve el contenido del artículo, sus **resultados** y su **validez**.
- Un párrafo de no más de 150 o 200 palabras. Aplicar esquema **C-C-C** (Contexto-Contenido-Conclusiones).
- Debe ser **autocontenido**.
- NO debe contener referencias a figuras o tablas que se encuentren en el artículo.

Cómo escribir y presentar un informe

Introducción:

- Breve, no copiada de un libro ni saturada de fórmulas.
- Es la sección donde el lector debe presentar una explicación entendible sobre el objeto del trabajo, los antecedentes y lo que se piensa hacer.

Debería:

- Aclarar el **tema** preciso del estudio.
- Indicar la amplitud del tratamiento del tema.
- Declarar el **propósito** de la investigación.
- Explicar la **organización** del artículo.

Cómo escribir y presentar un informe

Método experimental:

- Describir el **método** que se utilizó para realizar las mediciones, incluyendo su fundamentación física en caso que no sea trivial.
- Describir el **equipamiento** utilizado (marca, modelo). No es habitual hacerlo en un paper, pero en un informe ayuda a rastrear posibles inconsistencias en los resultados.
- Incluir al menos un **esquema** del set-up experimental, prestando especial atención a los detalles.

Cómo escribir y presentar un informe

Resultados y Discusión:

- Debe ser la continuación natural de la Introducción y del Método Experimental y no presentar discontinuidades en la línea lógica del informe.
- Las dos secciones pueden ir **juntas** o separadas.
- Es más práctico presentar los resultados a medida que se desarrolla la discusión y van siendo necesarios.
- Chequear que los resultados y la discusión sean adecuados para apoyar las conclusiones que se van a presentar.

Cómo escribir y presentar un informe

Conclusiones:

- Deben surgir de los datos y razonamientos presentados en el cuerpo del artículo.
- Discutir, en forma **crítica**, el trabajo y los resultados como un todo.
- Proponer **mejoras** en la metodología de medición y propuestas para ampliar el objetivo del experimento que puedan ser implementadas por otros grupos.
- Finalizar con una frase o párrafo sobre la **relevancia** del trabajo.

Cómo escribir y presentar un informe

Referencias:

- Incluir información bibliográfica sobre el material en el que nos basamos para realizar el experimento y discutir los resultados.
- Deben ser “ubicables”. De nada sirve referenciar al *Informe de Pirulo* si no se da la información sobre dónde encontrarlo.

Utilizar una **única** convención para citar, por ej.

- Artículos: [1] Juan J. Perez, Luis Estevez; Phys. Rev. B**36**, 3467 (1987).
- Libros: [2] Shang-keng Ma, *Statistical Mechanics*, Dover, New York, 1986, p. 193.
- Web: E. Angeli, J. Wagner, E. Lawrick, K. Moore, M. Anderson, L. Soderland, and A. Brizee. (2010). *General format*. Recuperado de <http://owl.english.purdue.edu/owl/resource/560/01/>
- o bien: doi: 10.1036/0071393722

- Minimizar las referencias a URL de la web. No es usual hacerlo en manuscritos publicados, pero en el curso lo aceptaremos.

Cómo escribir y presentar un informe

Apéndice(s):

-Incluir:

--cálculos extensos.

--descripciones muy detalladas.

--series de figuras.

--listados de programas.

--calibraciones.

--etc,

que incluidas en otras secciones oscurecerían la lectura del informe.

Cómo escribir y presentar un informe

Resumiendo:

-El informe debería responder las preguntas:

--¿Que hicimos, qué obtuvimos y cómo lo entendimos? → **Resumen**

--¿Cuál es el problema y por/para qué lo investigamos? → **Introducción**

--¿Cómo lo estudiamos? → **Método Experimental**

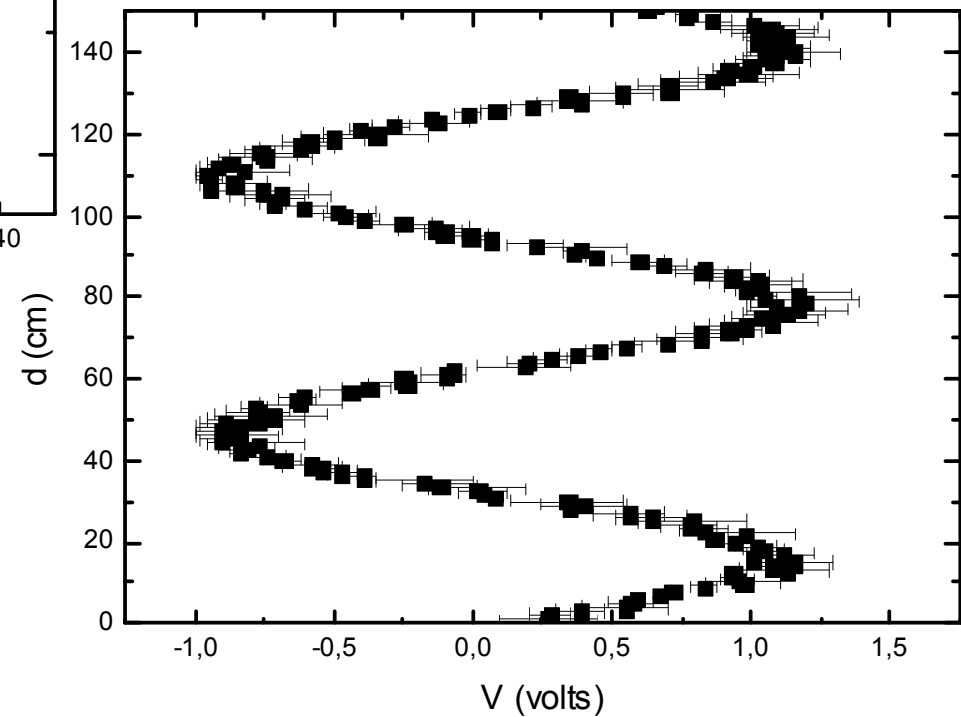
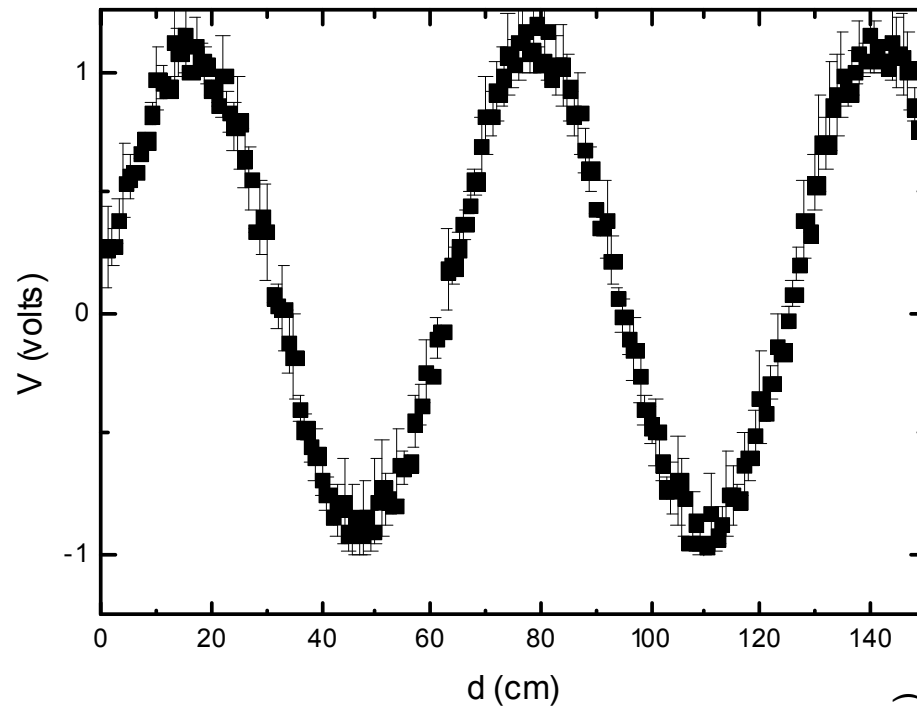
--¿Qué encontramos y cómo lo interpretamos? → **Resultados y Discusión**

--¿Qué concluimos de nuestro trabajo? → **Conclusiones.**

Guía para la (buena) presentación de datos a través de gráficos

- 1) Graficar la variable independiente en el eje horizontal y la dependiente en el vertical.
- 2) Considerar LINEALIZAR los datos para graficarlos en forma de recta.
- 3) Usar escalas apropiadas en los ejes.
- 4) Rotular ejes con las variables y sus unidades
- 5) Utilizar distintos símbolos para distintos conjuntos de datos. NO USAR el mismo símbolo con distintos colores. Agregar las barras de error.
- 6) Agregar ajuste o línea de guía.
- 7) Agregar un epígrafe COMPLETO y AUTOCONTENIDO

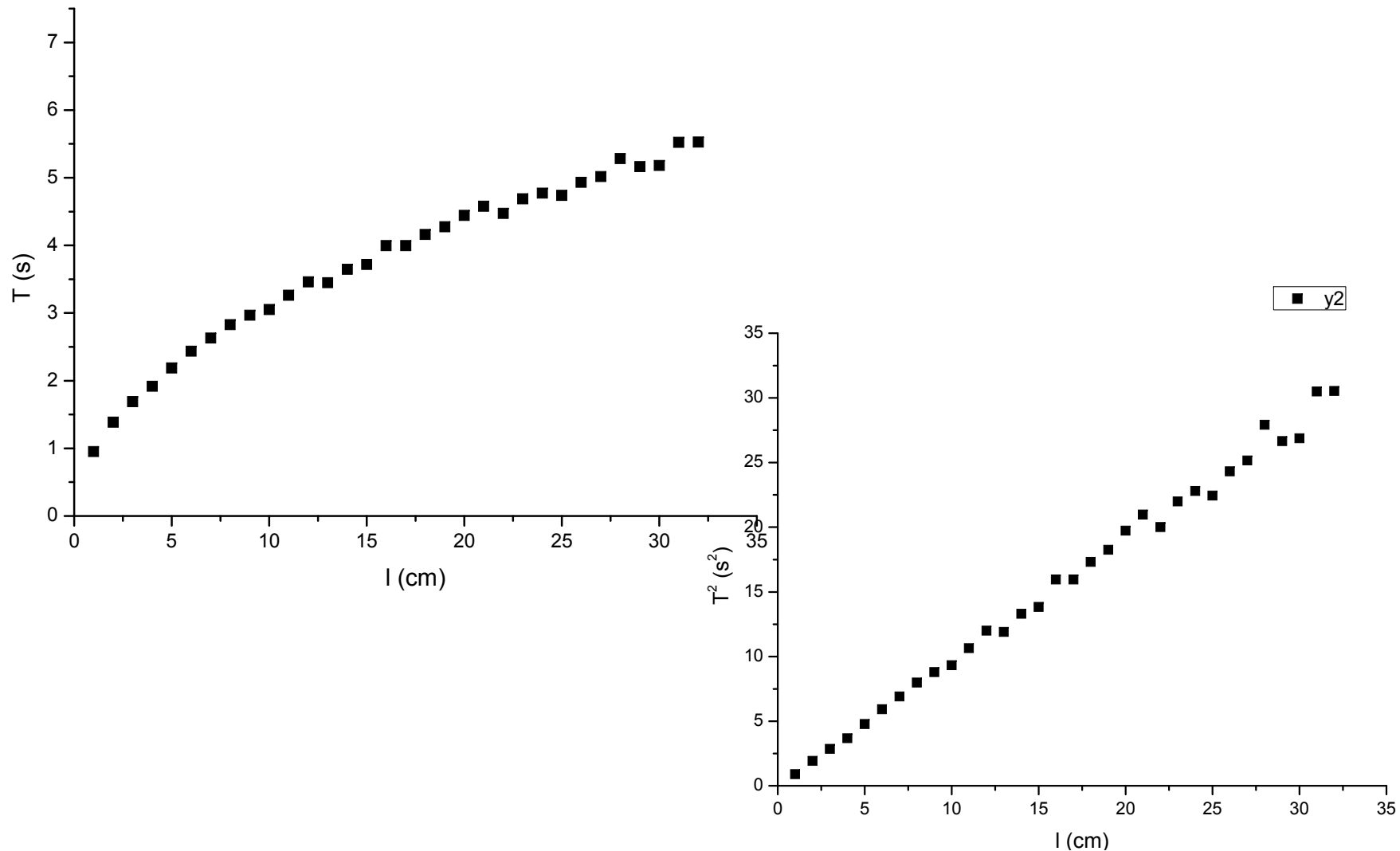
1) Graficar la variable independiente en el eje horizontal y la dependiente en el vertical.



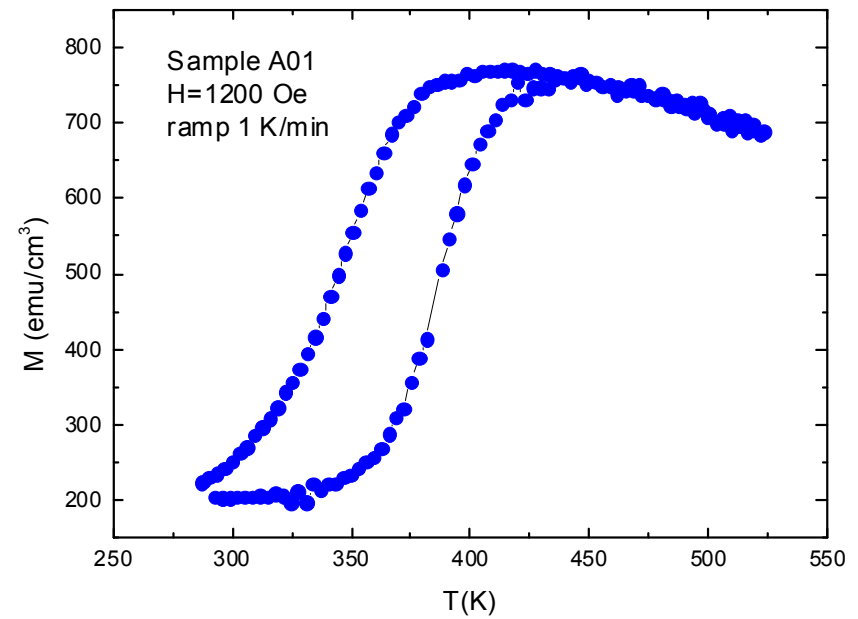
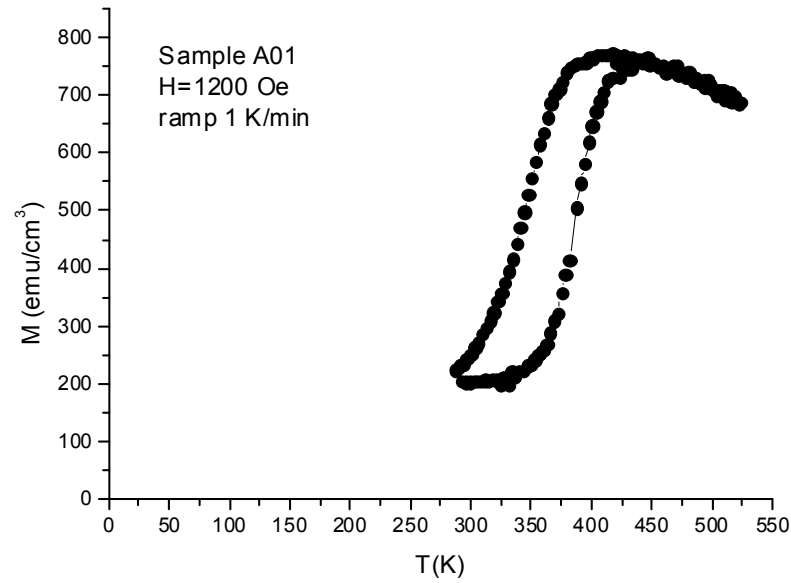
2) LINEALIZAR

Por ejemplo si medimos el período de un péndulo en función de su longitud, esperamos que siga una dependencia $T=2\pi \sqrt{l/g}$

Es mucho más cómodo graficar T^2 vs l para visualizar si las mediciones siguen la dependencia esperada. ■ y



3) Usar escalas apropiadas en los ejes.



4) Rotular ejes con las variables y unidades

-La convención más usual para rotular los ejes es por ej. **corriente (A)** o **I (A)**.

-Tratar de eliminar los ceros cuando son cantidades muy pequeñas o muy grandes utilizando los prefijos adecuados.

-En los casos de unidades compuestas utilizar notación exponencial.

Por ej. $\mu_B = 9.27 \times 10^{-24} \text{ J/T}$.

Raramente verán $\mu_B = 9.27 \text{ yJ/T}$

o $c=300 \text{ Mm/s}$ en lugar de $3 \times 10^8 \text{ m/s}$

-Respetar las convenciones para nombrar las unidades y sus símbolos. Los nombres de las unidades van en minúscula. Ej.

volt $\rightarrow$ V, ampere $\rightarrow$ A, metro $\rightarrow$ m, kelvin $\rightarrow$ K, torr $\rightarrow$ Torr

Table 5.1 Prefixes used in the SI system. Note that the symbols for factors which are smaller than 1 are all lower case, and that the symbols for factors greater than or equal to a million are all upper case.

Factor	Prefix	Symbol
10^{-24}	yocto	y
10^{-21}	zepto	z
10^{-18}	atto	a
10^{-15}	femto	f
10^{-12}	pico	p
10^{-9}	nano	n
10^{-6}	micro	μ
10^{-3}	milli	m
10^{-2}	centi	c
10^{-1}	deci	d
10^1	deca	da
10^2	hecto	h
10^3	kilo	k
10^6	mega	M
10^9	giga	G
10^{12}	tera	T
10^{15}	peta	P
10^{18}	exa	E
10^{21}	zetta	Z
10^{24}	yotta	Y

SI derived unit

plane angle	radian ^(a)	rad	-	$\text{m} \cdot \text{m}^{-1} = 1$ ^(b)
solid angle	steradian ^(a)	sr ^(c)	-	$\text{m}^2 \cdot \text{m}^{-2} = 1$ ^(b)
frequency	hertz	Hz	-	s^{-1}
force	newton	N	-	$\text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$
pressure, stress	pascal	Pa	N/m^2	$\text{m}^{-1} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$
energy, work, quantity of heat	joule	J	$\text{N} \cdot \text{m}$	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2}$
power, radiant flux	watt	W	J/s	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3}$
electric charge, quantity of electricity	coulomb	C	-	$\text{s} \cdot \text{A}$
electric potential difference, electromotive force	volt	V	W/A	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1}$
capacitance	farad	F	C/V	$\text{m}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^4 \cdot \text{A}^2$
electric resistance	ohm	Ω	V/A	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-2}$
electric conductance	siemens	S	A/V	$\text{m}^{-2} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{s}^3 \cdot \text{A}^2$
magnetic flux	weber	Wb	$\text{V} \cdot \text{s}$	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$
magnetic flux density	tesla	T	Wb/m^2	$\text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-1}$
inductance	henry	H	Wb/A	$\text{m}^2 \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-2} \cdot \text{A}^{-2}$
Celsius temperature	degree Celsius	$^{\circ}\text{C}$	-	kelvin K
luminous flux	lumen	lm	$\text{cd} \cdot \text{sr}$ ^(c)	$\text{m}^2 \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{cd} = \text{cd}$
illuminance	lux	lx	lm/m^2	$\text{m}^2 \cdot \text{m}^{-4} \cdot \text{cd} = \text{m}^{-2} \cdot \text{cd}$
activity (of a radionuclide)	becquerel	Bq	-	s^{-1}
absorbed dose, specific energy (imparted), kerma	gray	Gy	J/kg	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
dose equivalent ^(d)	sievert	Sv	J/kg	$\text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$
catalytic activity	katal	kat		$\text{s}^{-1} \cdot \text{mol}$

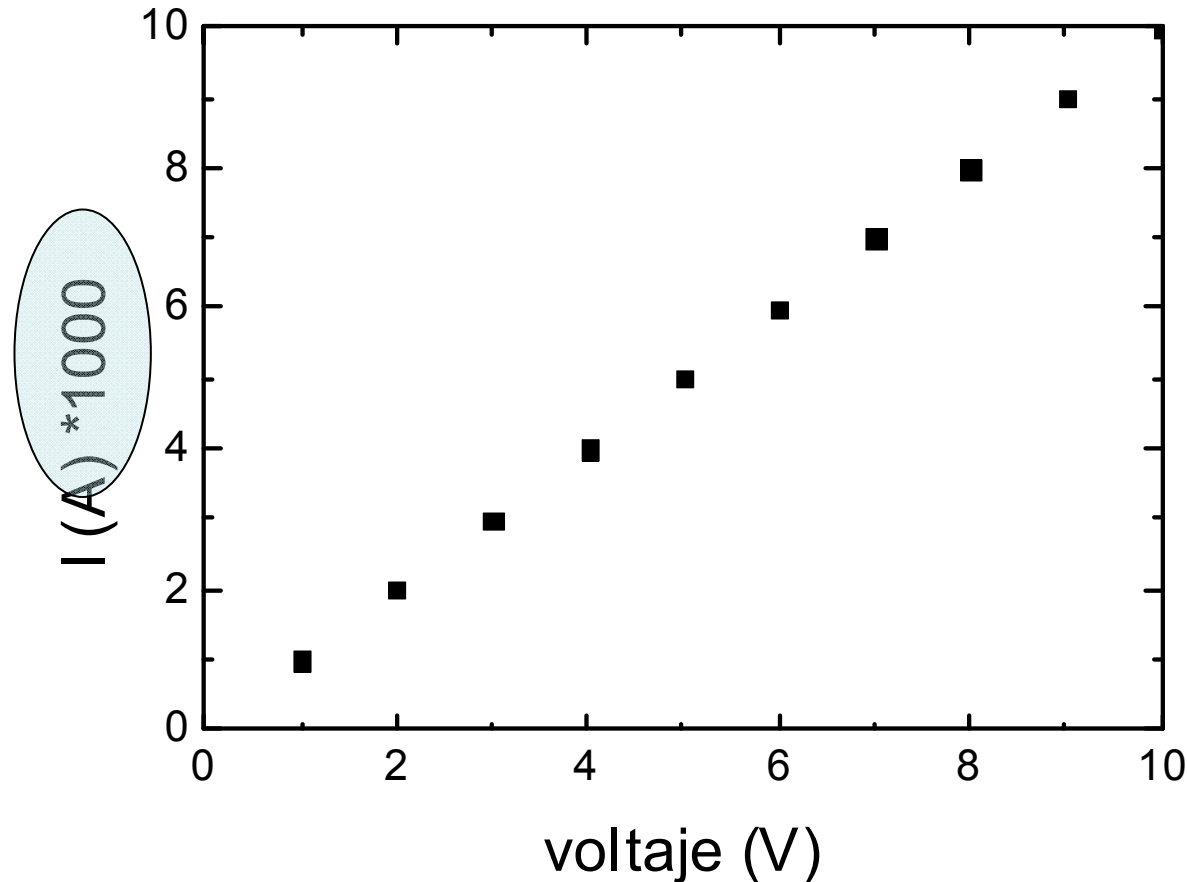
^(a) The radian and steradian may be used advantageously in expressions for derived units to distinguish between quantities of a different nature but of the same dimension; some examples are given in Table 4.

^(b) In practice, the symbols rad and sr are used where appropriate, but the derived unit "1" is generally omitted.

^(c) In photometry, the unit name steradian and the unit symbol sr are usually retained in expressions for derived units.

^(d) Other quantities expressed in sieverts are ambient dose equivalent, directional dose equivalent, personal dose equivalent, and organ equivalent dose.

Ser CLAROS al rotular los ejes



- ¿Interpretamos que los valores numéricos del eje están en unidades de $I \times 10^3$?
- ¿O que los datos estaban en mA y los multiplicamos por 1000, por lo que quedó la escala en A?

NO UTILIZAR: $I (A) \times 1000$, $I \times 1000 \text{ A}$, $I (\times 1000 \text{ A})$, $I (A \times 1000)$ porque no se entiende si lo que se multiplicó por 1000 fueron los datos o la escala.

SI Unit rules and style conventions

Check List for Reviewing Manuscripts

#1 ☐ General	Only units of the SI and those units recognized for use with the SI are used to express the values of quantities. Equivalent values in other units are given in parentheses following values in acceptable units only when deemed necessary for the intended audience.
#2 ☐ Abbreviations	Abbreviations such as sec, cc, or mps are avoided and only standard unit symbols, prefix symbols, unit names, and prefix names are used. proper: s or second; cm ³ or cubic centimeter; m/s or meter per second improper: sec; cc; mps
#3 ☐ Plurals	Unit symbols are unaltered in the plural. proper: $l = 75 \text{ cm}$ improper: $l = 75 \text{ cms}$
#4 ☐ Punctuation	Unit symbols are not followed by a period unless at the end of a sentence. proper: The length of the bar is 75 cm. The bar is 75 cm long. improper: The bar is 75 cm. long.
#5 ☐ Multiplication & division	A space or half-high dot is used to signify the multiplication of units. A solidus (<i>i.e.</i> , slash), horizontal line, or negative exponent is used to signify the division of units. The solidus must not be repeated on the same line unless parentheses are used. proper: The speed of sound is about $344 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (meters per second) improper: The speed of sound is about 344 ms^{-1} (reciprocal milliseconds) The decay rate of ^{113}Cs is about $21 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ (meters per second) $\text{m} \div \text{s}$, $\text{m}/\text{s}/\text{s}$, $\text{m}\cdot\text{kg}/\text{s}^3/\text{A}$
#6 ☐ Typeface	Variables and quantity symbols are in italic type. Unit symbols are in roman type. Numbers should generally be written in roman type. These rules apply irrespective of the typeface used in the surrounding text. For more details, see Typefaces for symbols in scientific manuscripts proper: She exclaimed, " <i>That dog weighs</i> 10 kg!" $t = 3 \text{ s}$, where t is time and s is second $T = 22 \text{ K}$, where T is thermodynamic temperature, and K is kelvin improper: He exclaimed, " <i>That dog weighs</i> 10 kg!" $t = 3 \text{ s}$, where t is time and s is second $T = 22 \text{ K}$, where T is thermodynamic temperature, and K is kelvin
#7 ☐ Typeface	Superscripts and subscripts are in italic type if they represent variables, quantities, or running numbers. They are in roman type if they are descriptive. subscript category typeface proper usage - quantity italic c_p, specific heat capacity at constant pressure - descriptive roman m_p, mass of a proton - running number italic $x = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

SI Unit rules and style conventions

Check List for Reviewing Manuscripts

USAR UNIDADES del SI

- #1 **General** Only units of the SI and those units recognized for use with the SI are used to express the values of quantities. Equivalent values in other units are given in parentheses following values in acceptable units only when deemed necessary for the intended audience.

Usar solo los símbolos estandarizados

- #2 **Abbreviations** Abbreviations such as sec, cc, or mps are avoided and only standard unit symbols, prefix symbols, unit names, and prefix names are used.
- | | |
|-----------|---|
| proper: | s or second; cm ³ or cubic centimeter; m/s or meter per second |
| improper: | sec; cc; mps |

Los símbolos de las unidades NO llevan plural

- #3 **Plurals** Unit symbols are unaltered in the plural.
- | | |
|-----------|----------------------|
| proper: | $l = 75 \text{ cm}$ |
| improper: | $l = 75 \text{ cms}$ |

Los símbolos de las unidades NO van seguidos de un .

#4

Punctuation

Unit symbols are not followed by a period unless at the end of a sentence.

proper: The length of the bar is 75 cm.
The bar is 75 cm long.

improper: The bar is 75 cm. long.

Separar correctamente las unidades compuestas

#5

Multiplication
& division

A space or half-high dot is used to signify the multiplication of units. A solidus (*i.e.*, slash), horizontal line, or negative exponent is used to signify the division of units. The solidus must not be repeated on the same line unless parentheses are used.

proper: The speed of sound is about $344 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (meters per second)
The decay rate of ^{113}Cs is about 21 ms^{-1} (reciprocal milliseconds)
 m/s , $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$, $\text{m} \cdot \text{kg}/(\text{s}^3 \cdot \text{A})$, $\text{m} \cdot \text{kg} \cdot \text{s}^{-3} \cdot \text{A}^{-1}$
 m/s , m s^{-2} , $\text{m kg}/(\text{s}^3 \text{ A})$, $\text{m kg s}^{-3} \text{ A}^{-1}$

improper: The speed of sound is about 344 ms^{-1} (reciprocal milliseconds)
The decay rate of ^{113}Cs is about $21 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ (meters per second)
 $\text{m} \div \text{s}$, m/s/s , $\text{m} \cdot \text{kg}/\text{s}^3/\text{A}$

Unidades **NO NO NO** van en itálica (al igual que los símbolos de los elementos químicos!!)

#6

Typeface

Variables and quantity symbols are in italic type. **Unit symbols are in roman type.** Numbers should generally be written in roman type. These rules apply irrespective of the typeface used in the surrounding text. For more details, see [Typefaces for symbols in scientific manuscripts](#)

proper:

She exclaimed, "*That dog weighs* 10 kg!"
 $t = 3$ s, where t is time and s is second
 $T = 22$ K, where T is temperature, and K is kelvin

improper:

He exclaimed, "*That dog weighs 10 kg!*"
 $t = 3$ s, where t is time and s is second
 $T = 22$ K, where T is temperature, and K is kelvin

subíndices pueden o no ir en itálica

#7
Typeface

Superscripts and subscripts are in italic type if they represent variables, quantities, or running numbers. They are in roman type if they are descriptive.

subscript category	typeface	proper usage
quantity	italic	c_p , specific heat capacity at constant pressure
descriptive	roman	m_p , mass of a proton
running number	italic	$\bar{x} = \bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$

#12

☐ **Math notation**

It is clear to which unit symbol a numerical value belongs and which mathematical operation applies to the value of a quantity.

proper: 35 cm x 48 cm
 1 MHz to 10 MHz or (1 to 10) MHz
 20 °C to 30 °C or (20 to 30) °C
 123 g ± 2 g or (123 ± 2) g
 70 % ± 5 % or (70 ± 5) %
 240 x (1 ± 10 %) V

improper: 35 x 48 cm
 1 MHz-10 MHz or 1 to 10 MHz
 20 °C-30 °C or 20 to 30 °C
 123 ± 2 g
 70 ± 5 %
 240 V ± 10 % (one cannot add 240 V and 10 %)

#15

☐ **Unit spacing**

There is a space between the numerical value and unit symbol, even when the value is used in an adjectival sense, except in the case of superscript units for plane angle.

proper: a 25 kg sphere
 an angle of 2° 3' 4"

If the spelled-out name of a unit is used, the normal rules of English apply: "a roll of 35-millimeter film."

improper: a 25-kg sphere
 an angle of 2 ° 3 ' 4 "

#16

☐ **Digit spacing**

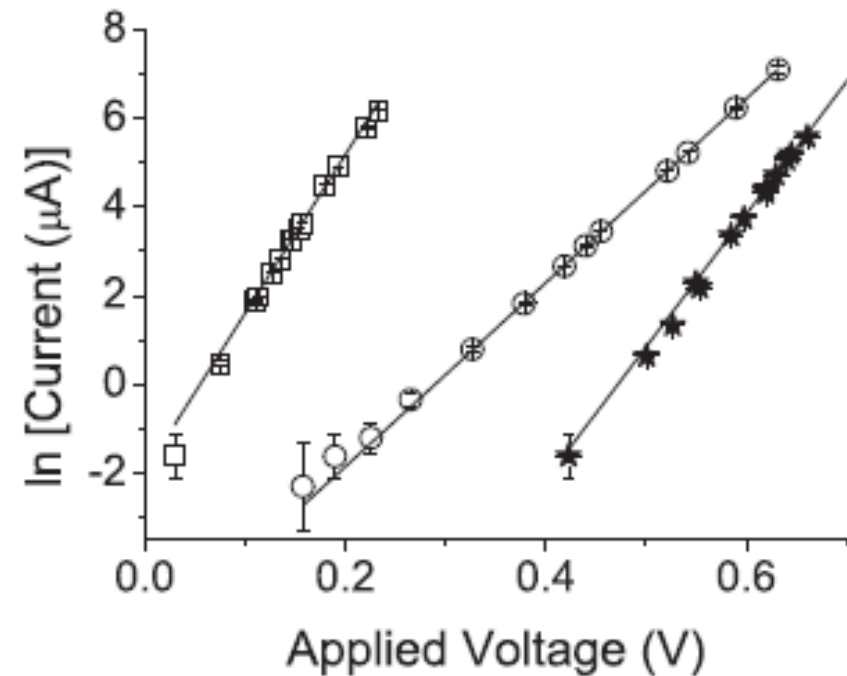
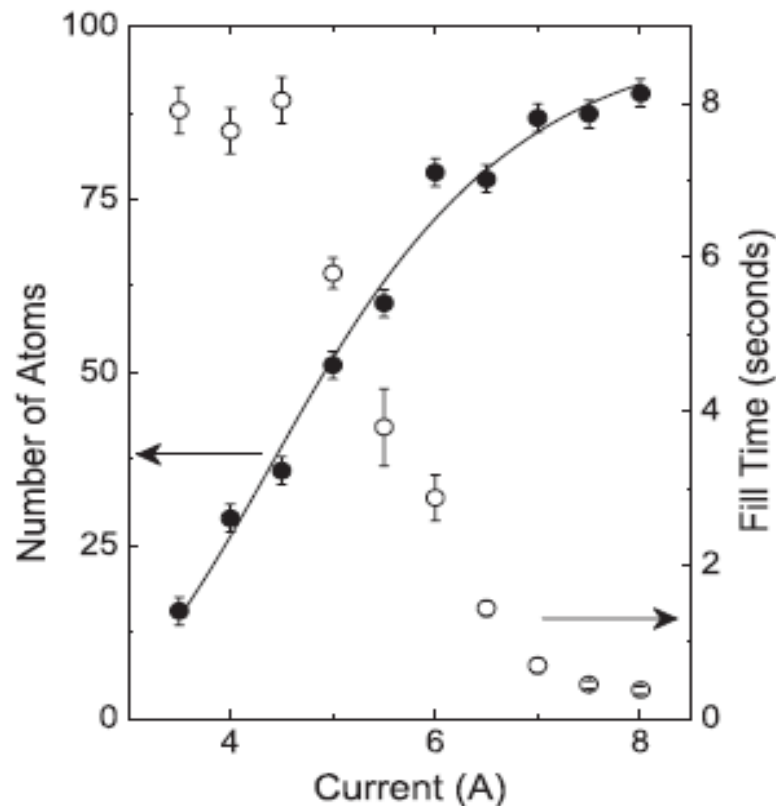
The digits of numerical values having more than four digits on either side of the decimal marker are separated into groups of three using a thin, fixed space counting from both the left and right of the decimal marker. Commas are not used to separate digits into groups of three.

proper: 15 739.012 53

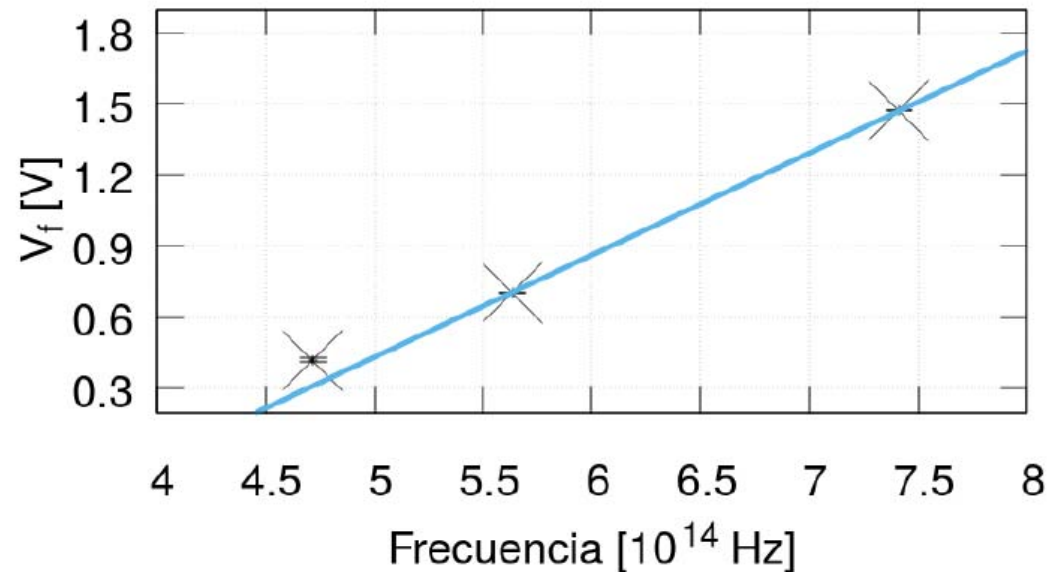
improper: 15739.01253
 15,739.012 53

- 5) Tratar de combinar distintos conjuntos de datos en una misma figura, siempre preservando la legibilidad.
- 6) Agregar ajuste o línea de guía.

Tener en cuenta que puede imprimirse en monocromo
⇒ **NO REFERENCIAR** curvas/símbolos por el color.



7) Agregar un epígrafe COMPLETO y AUTOCONTENIDO



(a) Puntos obtenidos a partir del análisis 1

Comenzar siempre con Fig. xx:

Ayuda mucho que los epígrafes sean descriptivos sin que sea imprescindible tener que leer texto para enterarse lo que está graficado.