

Determinación de la constante de Planck por radiación de cuerpo negro

A. Abate & V. Cardoso
Instituto Balseiro - Experimental II
 (Dated: March 16, 2011)

En el presente trabajo se estudió la radiación térmica de dos filamentos de Tungsteno, siendo una lámpara *incandescente* y otra *halógena*, asumiendo que se comportan como cuerpos negros perfectos. Se consideró que la intensidad de la radiación está dada por la Ley de Planck. Se analizaron variaciones de intensidad de la radiación al cambiar la temperatura del emisor a una longitud de onda fija, dentro del espectro visible. Se estudiaron las frecuencias asociadas a los colores azul, rojo y verde. Para determinar la temperatura se midió el voltaje y la corriente en la fuente de luz, mientras que la intensidad se obtuvo utilizando un fotodiodo. Se comprobó que el modelo propuesto corresponde con los resultados obtenidos, siendo $h \simeq (3,3 \pm 0,7) \times 10^{-34} [J s]$. La discrepancia con el valor aceptado se asignó a incertezas en la determinación de la temperatura.

I. INTRODUCCIÓN

La radiación térmica de la superficie de un cuerpo solido caliente es emitida de a cuantos de energía, y es descripta por la Ley de Planck. Cada cuanto posee una energía de la forma¹:

$$\epsilon = h \nu, \quad (1)$$

donde h es la constante universal de Planck ($6,6261762 \cdot 10^{-34} J s$) y ν la frecuencia del fotón emitido.

La intensidad de la radiación de Planck establece que la distribución espectral de emisión de cuerpo negro, para una determinada frecuencia ν , se escribe como¹:

$$I(\nu, T) = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}, \quad (2)$$

siendo k la constante de Boltzmann, c la velocidad de la luz en el vacío y T la temperatura absoluta del cuerpo negro.

En el rango visible de frecuencias y para las temperaturas de este experimento (*max 2000 K*), $h\nu \gg kT$ por lo cuál $e^{\frac{h\nu}{kT}} \gg 1$.

Considerando esta condición y que la intensidad de la energía es irradiada a una dada frecuencia ν , a dos temperaturas T_1 y T_2 diferentes, a partir de (2) se obtiene:

$$\frac{I_1(T_1)}{I_2(T_2)} = \frac{e^{\frac{h\nu}{kT_2}} - 1}{e^{\frac{h\nu}{kT_1}} - 1} \approx \frac{e^{\frac{h\nu}{kT_2}}}{e^{\frac{h\nu}{kT_1}}} \quad (3)$$

Por lo tanto, determinando los valores de I y T , como la longitud de onda λ se relaciona con la frecuencia a partir de $\nu = \frac{c}{\lambda}$ se encuentra que (3) se reescribe como:

$$\ln \left(\frac{I_1}{I_2} \right) = \frac{c h}{k \lambda} \left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1} \right) \quad (4)$$

El objetivo de la presente experiencia fue determinar la constante de Planck a partir de la radiación de cuerpo

negro de filamentos de Tungsteno de una lámpara *incandescente* y otra *halógena*.

Se utilizó (4) asumiendo que la potencia eléctrica disipada, P , fue enteramente emitida como radiación y que el filamento utilizado es un cuerpo negro perfecto, luego la Ley de Stefan-Boltzmann establece que¹:

$$P = \epsilon A \sigma T^4 = const T^4 \quad (5)$$

dónde σ es la constante de Stefan-Boltzmann, A es el área del emisor y ϵ la emisividad, siendo $\epsilon \equiv 1$ para un cuerpo negro perfecto.

II. MÉTODO EXPERIMENTAL

Se utilizaron dos filamentos de Tungsteno, de una lámpara incandescente de 65 W y otra halógena de 20 W. Se midió la intensidad de la radiación emitida por los filamentos en función de la potencia para distintas longitudes de onda, dentro del espectro visible. La longitud de onda era seleccionada mediante un monocromador y la imagen se proyectaba sobre la rendija de entrada del mismo. Para ello, se colocaron dos lentes convergentes una de 150 mm y 80 mm de distancia focal, respectivamente, como puede verse en Fig. (1).

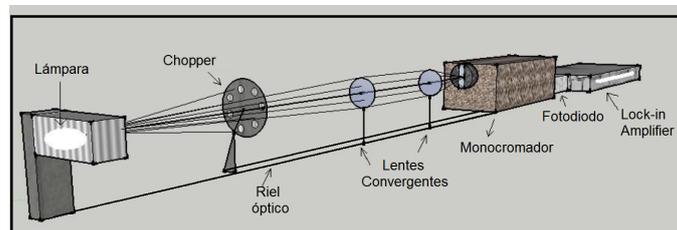


Figure 1: Arreglo experimental y trayectorias de los haces de luz.

Primeramente, se colocó a la lámpara dentro de un tubo de cartulina negra a la cual se le realizó un corte

transversal ($\sim 10\text{mm}^2$). La función de la cartulina fue descubrir una sección central dónde el filamento es homogéneo.

La intensidad de la emisión generó un voltaje en el fotodiodo que fue medido utilizando un Lock-in Amplifier. La referencia del Lock-in estaba dada por un chopper, ubicado a continuación de la lámpara (ver Fig. (1)).

Se seleccionó como frecuencia de referencia ($\sim 330\text{Hz}$) debido a que no es proporcional a la frecuencia de línea (50Hz). Puesto que la señal variable fue generada por el chopper, en la entrada del Lock-in solo se recibían tensiones de esa frecuencia, de modo tal que se filtró a cualquier fuente de radiación proveniente del ambiente.

A. Determinación de la temperatura

Para determinar los valores de temperatura del filamento se midió el voltaje y la corriente utilizando un multímetro Hewlett Packard, mediante el método de las cuatro puntas (ver Fig. (2)).

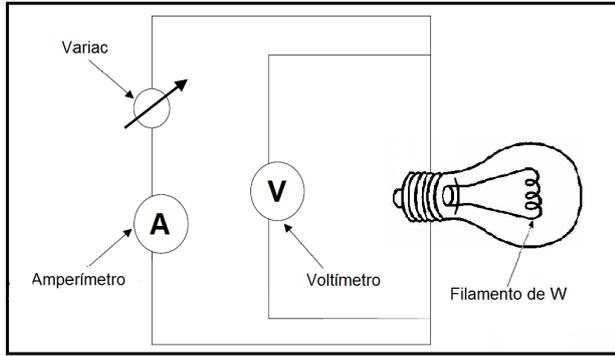


Figure 2: Esquema de montaje experimental para determinar para determinar T , midiendo R por método de cuatro puntas.

Los valores obtenidos se relacionaban con la resistividad ρ como $\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{R}{R_0}$, dónde ρ_0 y R_0 son los valores de resistividad y resistencia a T_0 , respectivamente. La relación funcional entre la resistividad ρ y la temperatura T presenta un comportamiento lineal de la forma $\rho(T) = (aT + b)$ que se calculó a partir de los valores tabulados⁴.

Finalmente, los valores medidos de resistencia fueron interpolados linealmente a partir de la dependencias consideradas para calcular la temperatura como³:

$$R(T) = R_0[1 + \alpha(T - T_0)] \quad (6)$$

siendo $\alpha = \frac{a}{\rho_0}$.

Para estimar el valor de R_0 se hizo circular una corriente tal que fue posible asumir que el filtro se encontraba en equilibrio térmico con el ambiente. Se midió el valor de T_0 del ambiente utilizando una termocupla tipo K. El procedimiento es análogo para ambos filamentos.

Se obtuvo el comportamiento de ρ en función de T a partir de la regresión lineal (ver Ec. (6)): $\rho(T) = (263 \pm 3) \cdot 10^{-4} T - (2,6 \pm 0,2) [m\Omega]$.

El valor de R_0 , a temperatura ambiente $T_0 = 297\text{K}$, fue medido utilizando el método de las cuatro puntas, siendo $R_0 = (141,1 \pm 0,1)\Omega$. Se determinó que $\alpha = (57 \pm 7) \cdot 10^{-4} [\frac{1}{K}]$.

Primeramente, se analizó el comportamiento de los filamentos como un cuerpo negro para distintas longitudes de onda, siendo la emisividad de los filamentos constante en el rango de temperaturas medido (ver Fig. (5)). Se graficó a la potencia eléctrica vs. $(T^4 - (297\text{K})^4)$. La linealidad indica que los filamentos se aproximan a un cuerpo negro de acuerdo a la Ec. (5).

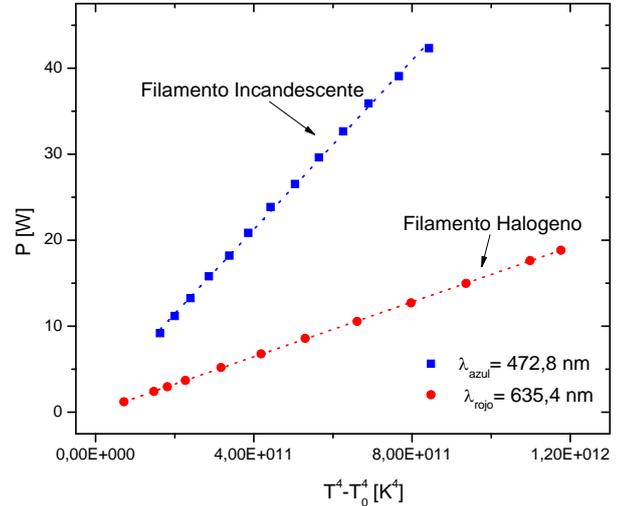


Figure 3: Gráfico de la potencia disipada en la lámpara vs. $(T^4 - (297\text{K})^4)$, dónde la linealidad muestra que $\varepsilon \sim \text{cte}(T)$ de acuerdo a la Ec. (5).

B. Medición de la intensidad

Para obtener la curva de calibración del fotodiodo se emplearon dos polarizadores de Nicol y se consideró la Ley de Malus, que determina que la intensidad transmitida por un polarizador lineal cuando sobre él incide luz linealmente polarizada es:

$$I = I_0 \cos^2 \theta \quad (7)$$

Dónde θ es el ángulo entre el plano de polarización de la luz incidente y el eje de transmisión del polarizador (ver Fig. (4)).

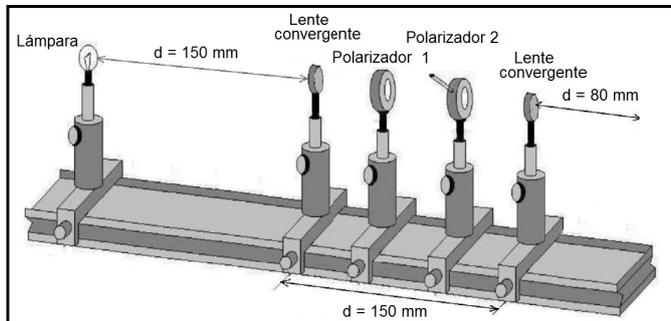


Figure 4: Esquema de montaje experimental para calibrar el fotodiodo utilizando dos polarizadores de Nicol.

Para ello se colocó la máxima intensidad en el filamento ($\sim 200V$) y se varió el ángulo θ entre 0 y $\frac{\pi}{2}$ midiendo el voltaje en el fotodiodo, lo cuál se observa en la Fig. (5)).

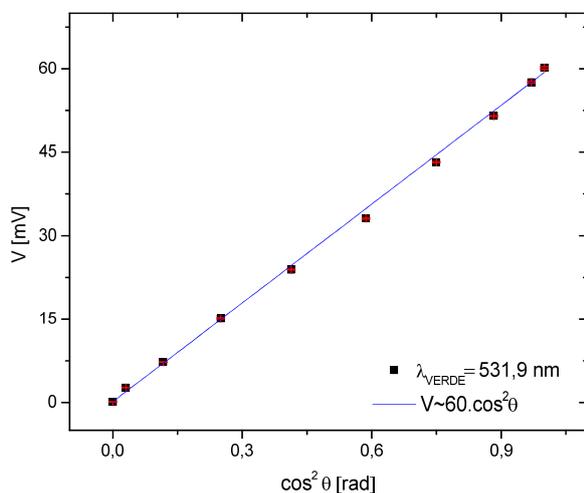


Figure 5: Calibración del fotodiodo a partir de ec. (7), siendo $I \propto V$.

Se verificó la linealidad para cada longitud de onda empleada, por lo cuál se trabajó con los valores de tensión medidos en el Lock-in para determinar la intensidad.

III. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Se determinó el valor del cociente $\frac{k}{h \cdot c}$, el cual representa a la pendiente de la regresión lineal dada por la forma de la Ec. (4). A partir de las constantes⁴ $k = 1,3806504 \times 10^{-23} \frac{J}{K}$ y $c = 299792458 \frac{m}{s}$ se obtuvo el valor de h . El error asociado a h se calculó propagando incertezas.

A. Filamento de lámpara incandescente

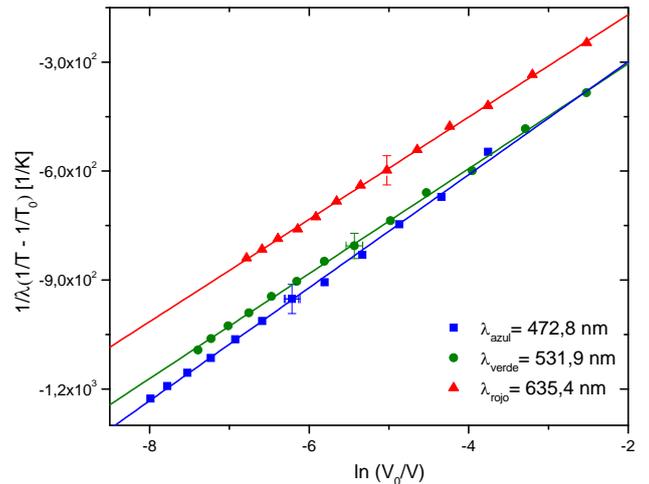


Figure 6: Ajuste lineal de la temperatura en función de la intensidad a partir de Ec. (4) para distintas longitudes de onda, siendo $\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) \propto \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$

La Tabla I contiene el valor de las pendientes de la Fig. (6) y el valor obtenido de h .

Table I: Resultados experimentales (lámpara incandescente)

λ	$\frac{k}{h \cdot c} \left[\frac{1}{K \cdot m} \right]$	$h [J \cdot s]$
Verde (531,9nm)	(144 ± 12)	$(3,2 \pm 0,6) \times 10^{-34}$
Rojo (635,4nm)	(141 ± 14)	$(3,3 \pm 0,7) \times 10^{-34}$
Azul (472,8nm)	(155 ± 8)	$(3 \pm 0,4) \times 10^{-34}$

B. Filamento de lámpara halógena

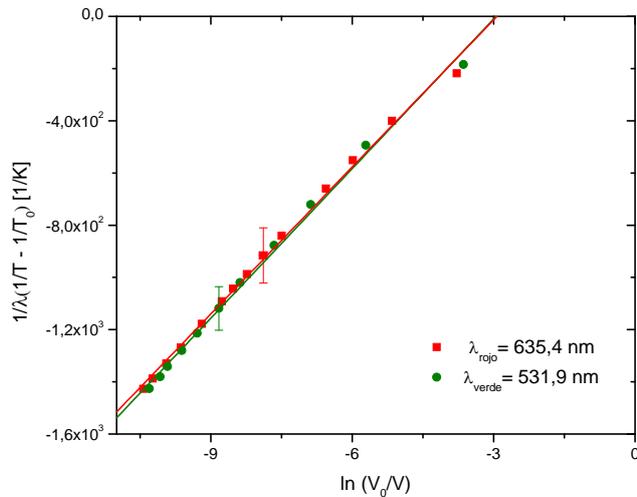


Figure 7: Ajuste lineal de la temperatura en función de la intensidad a partir de Ec. (4) para distintas longitudes de onda, siendo $\ln\left(\frac{V}{V_0}\right) \propto \ln\left(\frac{I}{I_0}\right)$

En la Tabla II se observan las pendientes de los ajustes realizados en la Fig. (7) y el valor calculado de h :

Table II: Resultados experimentales

λ	$\frac{hc}{k} [Km]$	$h [J s]$
Rojo (635,4nm)	(188 ± 10)	$(2,4 \pm 0,3) \times 10^{-34}$
Verde (531,9nm)	(191 ± 13)	$(2,5 \pm 0,4) \times 10^{-34}$

Los resultados obtenidos de la constante de Planck

para cada filamento distan del aceptado¹, siendo el valor más próximo determinado $h \simeq (3,3 \pm 0,7) \times 10^{-34} [J s]$ para la lámpara *incandescente*. Cabe destacar que el resultado es similar al obtenido por R.E. Crandall and J.F Delord².

Se atribuyó como principal fuente de discrepancia a la determinación de la temperatura del filamento. Dicha incerteza fue debido a que no se consideraron las pérdidas por conducción a través de los cables, como tampoco por convección y conducción debido a los gases en el interior de las lámparas.

Es posible conjeturar que el valor estimado para la temperatura en la sección central del filamento fue subestimado. Teniendo en cuenta que la lámpara se encontraba en equilibrio con el ambiente, se supone un gradiente térmico a lo largo del filamento. El error en el análisis realizado fue asignar a la sección central del filamento el valor medio obtenido de temperatura.

Si se consideran temperaturas mayores a las determinadas, entonces el cociente $\frac{k}{hc}$ aumenta respecto al obtenido, lo cuál implica que el valor asociado a la constante h fue subestimado.

A su vez, otras posibles fuentes de incerteza, menos significativas, fueron el hecho de que los filamentos no son un cuerpo negro perfecto, las impurezas del Tungsteno de las lámparas e ignorar en el análisis la energía de calentamiento del vidrio.

IV. CONCLUSIONES

Se comprobó que el modelo propuesto de radiación de cuerpo negro, dado por la Ley de Planck, describe a los resultados obtenidos. El valor determinado para h es del orden del aceptado, siendo $h \simeq (3,3 \pm 0,7) \times 10^{-34} [J s]$. Se consideró que la principal discrepancia fue debido a incertezas en la estimación de la temperatura de los filamentos.

¹ *Fundamentals of Modern Physics, 2nd ed.* R.M. Eisberg, (Wiley, New York, 1967), pp.331-342.

² *Minimal apparatus for determination of Planck's constant*, R.E. Crandall and J.F Delord, Am. J. Phys. **51**, 90-91 (1983).

³ *Planck's constant determination from black-body radia-*

tion, J. Dryek and K. Ruebenbauer, Am. J. Phys. **60**, 251-253 (1991).

⁴ *Handbook of Chemistry and Physics*. 72 nd Ed. , 12-32 (1992).