

Determinación de la relación e/m del electrón por el método de Busch.

Nicolás Gigena, Manuel González
Instituto Balseiro
Av. Bustillo 9500 Bariloche

15 de marzo de 2010

Resumen

Se determinó la relación carga-masa del electrón, siendo el valor medido: $\frac{e}{m} = (1,5 \pm 0,3) \times 10^{11} \text{CKg}^{-1}$. Este valor concuerda dentro del error con los valores tabulados. Se utilizaron dos métodos de medición, uno de los cuales se vió afectado por un error sistemático que no se pudo corregir. No se observó una dependencia entre los resultados obtenidos y la alineación del equipo con el campo magnético terrestre.

1. Introducción

Cuando una partícula con carga q se mueve a velocidad \mathbf{V} en un campo magnético de intensidad \mathbf{B} , experimenta una fuerza dada por la ecuación:

$$\mathbf{F} = q\mathbf{V} \times \mathbf{B} \quad (1)$$

Si el campo magnético es constante la velocidad de la partícula se puede descomponer en 2 componentes, una velocidad v_p paralela al campo y una velocidad v_n normal al campo. Si ubicamos una terna de ejes cartesianos de manera tal que el eje z coincida con el campo magnético y consideramos como partícula un electrón de masa m y carga e obtenemos las siguientes ecuaciones de movimiento para la partícula:

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{e}{m} B v_y \\ \ddot{y} = -\frac{e}{m} B v_x \\ \ddot{z} = 0 \end{cases} \quad (2)$$

Imponiendo las condiciones iniciales se obtienen las siguientes soluciones:

$$\begin{cases} x(t) = -A \sin \omega t \\ y(t) = A(1 - \cos \omega t) \\ z = v_p t \end{cases} \quad (3)$$

donde

$$A = \frac{v_n m}{eB} \quad (4)$$

$$\omega = \frac{eB}{m} \quad (5)$$

Se puede observar que esta combinación de un movimiento rectilíneo uniforme en el eje z y un movimiento circular en el plano perpendicular a éste da como resultado un movimiento helicoidal. Hay que tener en cuenta que la trayectoria helicoidal que describe el electrón no está centrada en el eje z si no que lo interseca cada un tiempo T que se corresponde con el período de la helicoidal:

$$T = \frac{2\pi m}{eB} \quad (6)$$

Por lo tanto el electrón pasa por el eje z en los tiempos $t = nT$ con $t \in \mathbb{N}$, en estos tiempos la partícula recorrió una distancia en z :

$$l = nT v_p \quad (7)$$

Si los electrones son acelerados en la dirección z por una diferencia de potencial V su energía final será:

$$\frac{1}{2}mv_p^2 = Ve \quad (8)$$

Despejando v_p de 6 y 7 y reemplazando en 8 se obtiene:

$$\frac{e}{m} = \frac{8\pi^2 n^2}{l^2 B^2} V \quad (9)$$

1.1. Tubo de rayos catódicos (TRC)

Un tubo de rayos catódicos es una válvula o tubo electrónico en el que se produce un haz de electrones, el cual se enfoca sobre una superficie recubierta de material luminiscente (fósforo) de forma que al colisionar los electrones ésta emita luz. Un esquema de este se muestra en la figura 1. La emisión de electrones se produce en el cátodo, cuando este eleva su temperatura al ser calentado por el el filamento. Estos electrones son acelerados por la diferencia de potencial existente entre el cátodo y la grilla, la cual también reduce el área efectiva del haz de electrones que sale hacia la pantalla. El foco consiste en una lente electrónica, cuyo objetivo es enfocar el haz en la pantalla. Por último, después del foco, se ubican 2 pares de placas deflectoras alimentadas de manera tal que se genere entre ellas una diferencia de potencial, lo que hace que al pasar entre las placas el haz de electrones se desvíe en la dirección del campo establecido en la dirección normal a estas.

2. Método experimental

2.1. Arreglo experimental

Para realizar el experimento se utilizó un tubo de rayos catódicos RCA, dispuesto dentro de un carrete de madera sobre el que se encuentran montadas 5 bobinas, de manera que sus respectivos ejes resulten colineales. Estas bobinas se alimentaron con una fuente de tensión constante por medio de 5 reóstatos, resultando un circuito como el que se muestra en la figura 2. El TRC se alimentó mediante un circuito eléctrico montado en un tablero de control (Ver apéndice). El esquema completo del dispositivo se muestra en la figura 3.

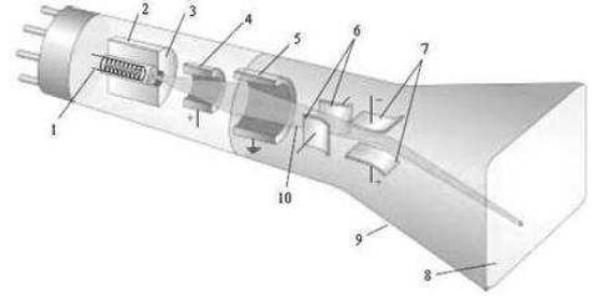


Figura 1: Esquema del tubo de rayos catódicos. 1.Filamento 2.Cátodo 3 y 4.Grilla 5.Lente electrónica(foco) 6.Placas deflectoras horizontales 7.Placas deflectoras verticales 8.Pantalla 9.Recubrimiento conductor 10.Haz de electrones

2.2. Calibración del campo magnético

Al alimentar las bobinas se establece un campo magnético en la dirección del eje del carrete. La mayor contribución al campo viene dada por las bobinas B1, B2 y B3, y las bobinas A1 y A2 se colocan para corregir efectos de borde. Para lograr la uniformidad del campo se ajustaron los reóstatos de tal manera que las relaciones de corriente en las bobinas fuesen las adecuadas, tarea que se llevó a cabo midiendo la intensidad de campo en función de la posición dentro de las bobinas con un gaussímetro. En esta configuración la uniformidad del campo no depende de la tensión aplicada a las bobinas, puesto que las relaciones de corrientes vienen dadas por las relaciones entre las resistencias de los reóstatos. Esto es cierto siempre y cuando no se trabaje con tensiones tan altas que puedan hacer que el calentamiento de las bobinas, que podría ser desigual, altere la resistividad del alambre, variando así la resistencia de las bobinas. Los resultados de la calibración se muestran en la figura 4.

Dado que no es posible medir la intensidad del campo magnético cuando se coloca el tubo dentro del carrete, antes de colocarlo se hicieron mediciones de intensidad de campo magnético e intensidad de corriente en la bobina central, y con los datos obte-

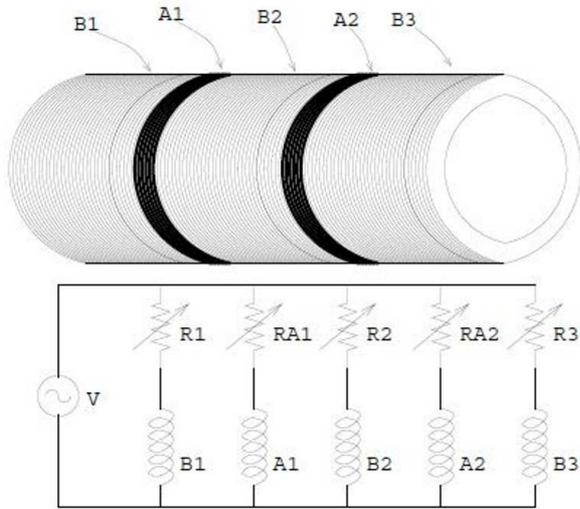


Figura 2: Disposición de las bobinas en el carrete.

nidos se realizó una regresión lineal, como se muestra en la figura 5. Los resultados de estas mediciones nos permiten, entonces, determinar la intensidad de campo magnético a partir de las mediciones de corriente en la bobina B2, cuando el TRC se encuentra en el interior del carrete.

2.3. Método de desenfoque

Si observamos las ecuaciones 3 vemos que para que las trayectorias sean helicoidales es necesario que el electrón posea una componente de velocidad inicial perpendicular al campo magnético. Esto puede lograrse de dos formas en el tubo de rayos catódicos: Una de las posibilidades es utilizar la lente electrónica en el tubo para desenfocar el haz de electrones, con lo cual se incrementa la velocidad de las partículas en dirección normal al haz. La otra posibilidad es enfocar los electrones con el sistema de enfoque del tubo y darles una velocidad perpendicular utilizando las placas deflectoras.

En primera instancia se decide usar el método de desenfoque, porque de esta forma la distancia a tomar en cuenta en las ecuaciones es la existente entre la grilla y el recubrimiento de fósforo en la pantalla,

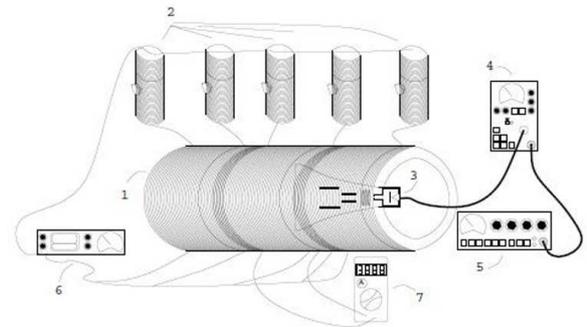


Figura 3: Arreglo experimental. 1. Solenoide 2. Resistencias variables 3. TRC 4. Tablero de control del TRC 5. Tunte de alta tensión 6. Fuente de tensión del solenoide 7. Amperímetro.

distancia que es posible determinar a partir de mediciones en el tubo. Las mediciones consistieron en fijar un valor de tensión de alimentación, y registrar los valores de corriente para los cuales el área iluminada en la pantalla alcanzaba un mínimo. Se realizaron 5 series de medidas para $n=1$, $n=2$ y $n=3$. A fin de determinar los efectos del campo magnético de la tierra sobre los valores medidos, se alineó la bobina según la dirección de dicho campo, y se realizaron otras 3 series de mediciones de esta manera.

La longitud entre la grilla y la pantalla se determinó midiendo con un catetómetro la distancia entre la grilla y el extremo del tubo y a esto se le restó el espesor del tubo que también fue medido con el catetómetro.

2.4. Método de deflexión

Al alimentar las placas deflectoras con una tensión alterna de $24V$ (valor eficaz) y $50Hz$ sobre la pantalla se observa una línea luminosa. Nuevamente, para una tensión de aceleración fija, al incrementar la intensidad del campo magnético esta línea se va acortando hasta llegar a hacerse un punto. En estas condiciones la distancia sobre el eje recorrida por los electrones es un número entero de veces el paso de la hélice que describen al moverse, y es en este estado en el que se toman los valores de corriente en la bobina central.

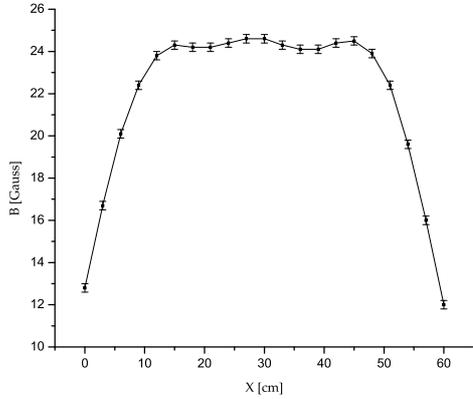


Figura 4: Campo magnético en el interior del carrete en función de la distancia desde uno de sus extremos.

Como en el caso del desenfoque, se realizaron 5 series de mediciones para $n=1$, $n=2$, y $n=3$.

Estas medidas se realizaron con las bobinas orientadas según la dirección del campo magnético del planeta.

En este caso hay que determinar la distancia que hay que tomar en cuenta en las ecuaciones es la distancia entre el lugar que los electrones comienzan a deflectarse y la pantalla. Esta medida se realizó de forma indirecta a través de mediciones en una radiografía del tubo (se hará un análisis más detallado de esta medición en la discusión).

3. Resultados y discusión

Si de la ecuación 9 despejamos V en función de B^2 obtenemos:

$$V = \frac{e}{m} \frac{l^2}{8\pi^2 n^2} B^2 \quad (10)$$

Esta es la ecuación de una recta de pendiente $\frac{e}{m} \frac{l^2}{8\pi^2 n^2}$.

Se realizaron regresiones lineales para todas las series de mediciones obtenidas graficando V en función

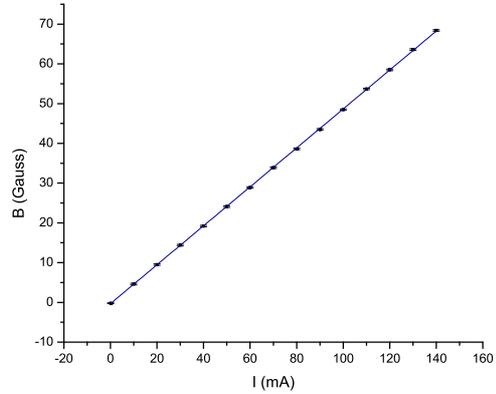


Figura 5: Campo magnético en el interior del carrete en función de la corriente en la bobina central. De la regresión se obtiene para la pendiente el valor: $0,490 \pm 0,008 Gauss A^{-1}$

de B^2 . Las pendientes de estas rectas se corresponden por lo tanto con las de la ecuación 10.

A partir de estos resultados se puede obtener se puede determinar la constante e/m conociendo la distancia l y la cantidad de vueltas n .

3.1. Método de desenfoque

En este caso el valor medido para la distancia l es: $l = 0,313 \pm 0,003m$.

Los promedios de las pendientes obtenidas para las 5 series de mediciones realizadas sin alineación con el campo terrestre con el método de desenfoque y los correspondientes valores de e/m son los siguientes:

n	Pendiente $[VT^{-2}]$	$e/m [CKg^{-1}]$
1	$(9,8 \pm 0,2) \times 10^7$	$(8 \pm 0,3) \times 10^{10}$
2	$(2,90 \pm 0,02) \times 10^7$	$(9,5 \pm 0,3) \times 10^{10}$
3	$(1,44 \pm 0,01) \times 10^7$	$(10,4 \pm 0,3) \times 10^{10}$

El valor tabulado para la relación carga-masa del electrón es¹: $e/m = 1,758820150(44) \times 10^{11} Ckg^{-1}$. Se puede observar que existe una discrepancia entre este

¹National Institute of Standards and Technology

valor y los valores medidos. Los resultados obtenidos para distintos n también presentan discrepancias entre sí.

Si observamos la ecuación 9 vemos que la relación entre las pendientes para n distintos debería ser $\frac{n_1^2}{n_2^2}$. En particular las relaciones entre las pendientes para $n=1$ y $n=2$ y entre $n=1$ y $n=3$ deberían ser 4 y 9 respectivamente. Estas relaciones son independientes de la medición de la longitud y de la calibración del campo.

Si se calculan estas relaciones a partir de los valores medidos se obtienen los valores $3,38 \pm 0,007$ para la primera y $6,81 \pm 0,05$ para la segunda. Estos valores no están en concordancia con los obtenidos del modelo teórico.

Debido a que estos errores provienen de las mediciones del campo magnético se alineó el equipo con el campo terrestre para determinar si esta era la fuente del error.

Los resultados obtenidos para las pendientes en las 3 series realizadas con alineación con el campo terrestre son los siguientes:

n	Pendiente [VT^{-2}]
1	$(9,6 \pm 0,1)x10^7$
2	$(2,93 \pm 0,01)x10^7$
3	$(1,43 \pm 0,04)x10^7$

Estos valores de pendientes obtenidos coinciden dentro del error con los obtenidos sin alineación y sus errores son del mismo orden, por lo que las relaciones entre las pendientes serán indistinguibles de las calculadas anteriormente. Por lo tanto se descarta a la alineación con el campo terrestre como fuente del error mencionado.

3.2. Método de deflexión

En este caso el valor medido para la distancia es: $l = (23 \pm 2)x10^{-2}m$. El hecho de tener un error tan grande en esta medición se debe a 2 cosas. Por un lado, si bien se sabe que son las placas las que deflexionan los electrones, es muy difícil determinar el lugar exacto donde esto ocurre. La distancia efectiva podría ser

tanto desde el comienzo de las placas hasta la pantalla como desde el final de las placas a la pantalla. Por otro lado se tiene el problema de que las placas no están a la vista en el tubo y la medición de la distancia se realiza con un método indirecto utilizando una radiografía del tubo. Esto introduce otro error debido a que hay un factor de escala entre las medidas en el tubo y las medidas en la radiografía. Este factor de escala se obtuvo conociendo la longitud total del tubo. Teniendo en cuenta todo esto, el valor presentado para la distancia es la longitud entre la pantalla y el centro de las placas, con una indeterminación que cubre su longitud total.

Los promedios de las pendientes obtenidas para las 5 series de mediciones realizadas con el método de deflexión y los correspondientes valores de e/m son los siguientes:

n	Pendiente [VT^{-2}]	e/m [CKg^{-1}]
1	$(1,01 \pm 0,02)x10^8$	$(1,5 \pm 0,3)x10^{11}$
2	$(2,64 \pm 0,05)x10^7$	$(1,6 \pm 0,3)x10^{11}$
3	$(1,14 \pm 0,01)x10^7$	$(1,5 \pm 0,3)x10^{11}$

Los resultados obtenidos con este método coinciden dentro del error con el valor tabulado. El error en este caso es un orden de magnitud mayor que el obtenido con el método de desenfoque. Esto se debe al mencionado error en la medición de la longitud.

Si calculamos las relaciones para las pendientes en este caso se obtiene el valor $3,8 \pm 0,1$ para la relación entre las pendientes correspondientes a $n=1$ y $n=2$, y el valor $8,9 \pm 0,2$ para la relación entre las pendientes correspondientes a $n=1$ y $n=3$. Si bien el valor de la primera relación no contempla dentro del error al valor predicho por la teoría, estos resultados se acercan más a los cálculos teóricos. Por lo tanto no podemos asegurar que este método no esté afectado por el mismo error sistemático que el método anterior pero si se puede concluir que el efecto es menor.

4. Conclusiones

Se logró determinar la relación carga-masa del electrón, siendo el valor medido:

$\frac{e}{m} = (1,5 \pm 0,3)x10^{11}CKg^{-1}$, en buen acuerdo con el valor tabulado. Este valor es el obtenido utilizando

el método de deflección. Las mediciones hechas con el método de desenfoco están afectadas por un error sistemático, cuya fuente no se pudo determinar, pero si se puede asegurar que el error es independiente de la calibración del campo magnético y de la medición de la longitud. No se observó una dependencia de los resultados obtenidos con la alineación del tubo con el campo magnético terrestre.

Apéndice

En la siguiente figura se muestra el circuito de alimentación del TRC.

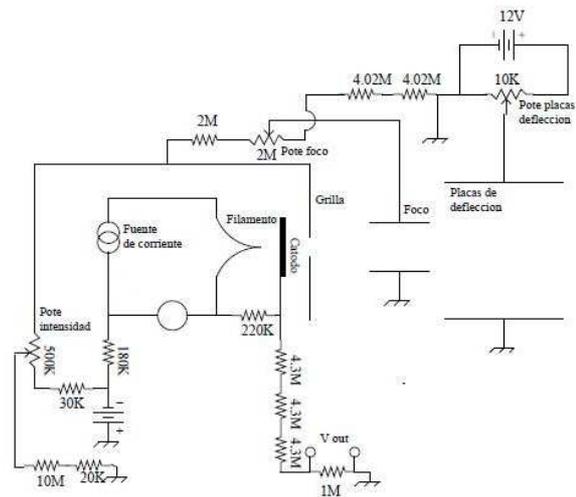


Figura 6: Circuito de alimentación del TRC