

Nombre y Apellido:

EXAMEN DE ADMISIÓN MAESTRÍA EN CIENCIAS FÍSICAS

INSTITUTO BALSEIRO

2020

Instrucciones

Este cuadernillo contiene, además de esta hoja de instrucciones, los enunciados de 25 problemas. Se le pide que:

- Escriba claramente su nombre en la primera hoja.
- Cada problema o pregunta está seguida por 5 posibles respuestas. Se le asignará un punto a cada pregunta respondida correctamente. Se le asignará cero punto a cada pregunta mal contestada, con más de una respuesta o no respondida.
- Dispone de **3 horas** para terminar el examen. Esto representa aproximadamente 7 minutos para cada pregunta. Trate de no demorarse demasiado en preguntas que le resulten difíciles. Conteste en primer lugar las que le resulten más fáciles y deje las otras para el final.

Nombre y Apellido:

1. Si $e^z = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} z^n$ entonces:

(A) el desarrollo de Taylor de alrededor del 0 es $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} (-z)^n$

(B) el desarrollo de Taylor de alrededor del 0 es $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{1}{z}\right)^n$

(C) no tiene desarrollo de Taylor alrededor del 0.

(D) el residuo de en 0 es -1 .

(E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(Rta: c)

2. Sean X_1, X_2 y X_3 variables aleatorias independientes con distribución normal con media 0 y varianza 1. La covarianza está dada por $\langle X_i X_j \rangle = 1/8$ si i es diferente de j . La varianza de $X_1 + 2X_2 - X_3$ está dada por:

(A) $17/4$

(B) $23/4$

(C) $27/4$

(D) $1/2$

(E) ninguna de los anteriores

Respuesta B

3. ¿Cuál es el valor del campo magnético creado en el centro de una espira circular de radio a por la que circula una corriente de magnitud I ?

(A) $4\pi\mu_0 I a^2$

(B) 0

(C) $\mu_0 I a$

(D) $\frac{\mu_0 I}{2a}$

(E) $\frac{\mu_0 I}{(2a)^2}$

Respuesta: (D)

Nombre y Apellido:

4. Considere dos sistemas idénticos que consisten cada uno en un planeta orbitando alrededor de una estrella muy masiva. Las órbitas satisfacen la relación $R_1=4 R_2$, con R_1 y R_2 los radios de las órbitas en los sistemas 1 y 2 respectivamente. Cuánto vale entonces el cociente entre períodos T_1/T_2 ?

- (A) 1
- (B) $\frac{1}{2}$
- (C) $\frac{1}{4}$
- (D) $\frac{1}{8}$
- (E) $\frac{1}{16}$

Respuesta D

5. Dada la matriz $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, indique cual de las siguientes afirmaciones es verdadera:

- (A) M es diagonalizable.
- (B) Los números 1 y 0 son autovalores de M.
- (C) Los vectores $v=(3,0,0)$ y $w=(0,0,1)$ generan el autoespacio invariante cuyo autovalor es el número 1.
- (D) $v= (0,3,1)$ es autovector de M correspondiente al autovalor 1.
- (E) Existe una matriz P tal que $P^{-1}MP=D$, donde D es diagonal.

Respuesta C

6. Indique cual es la solución de la siguiente ecuación diferencial con condiciones iniciales:

$$y''(x)-2y'(x)-8y(x)=12,$$

$$y(0)=3,$$

$$y'(0)=6$$

- (A) $y(x)= 4e^{-3x}+5e^{8x}-x^2$
- (B) $y(x)= e^{-3x}+2e^{8x}$
- (C) $y(x)= (1/2)(4e^{-2x}+5e^{4x}-3)$

Nombre y Apellido:

(D) $y(x) = 6e^{-2x} + 10e^{4x}$

(E) $y(x) = (1/8)(\cos 2x + 5\sin 4x - 3)$

Respuesta C

7. Los protones usados para tratamientos médicos son acelerados usualmente hasta una velocidad de $0.6c$. Cuál es el trabajo que debe realizarse sobre una partícula de masa m que inicialmente está en reposo para que alcance dicha velocidad?

(A) $0.25mc^2$

(B) $0.60mc^2$

(C) $0.67mc^2$

(D) $1.25mc^2$

(E) $1.60mc^2$

Respuesta A

8. Sea f una función definida por para todo $x \in \mathbb{R}$. Entonces el $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(3f(x)) - f(3\pi)}{x}$ es igual a:

(A)

(B)

(C) No existe el límite

(D) ∞

(E)

(Rta: a)

9. Dada una señal de tiempo discreto $x(n) \in \mathbb{R}$ determine la simetría de su transformada

de Fourier de tiempo discreto $X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)e^{-i\Omega n}$

donde $n \in \mathbb{Z}$ y $\Omega \in \mathbb{R}$.

(A) Parte real impar. Parte imaginaria par.

(B) Compleja y par.

(C) Parte real par. Parte imaginaria impar.

(D) Imaginaria.

Nombre y Apellido:

(E) Real e impar.

Respuesta: C

10. Considere los siguientes operadores:

$$\hat{T} \equiv \frac{\hat{p}^2}{2m}$$
$$\hat{H} \equiv \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\hat{x})$$

Energía cinética y Hamiltoniano respectivamente. Cuáles de los siguientes pares de observables pueden ser medidos simultáneamente sin restricción de precisión?

- (A) X y p
- (B) x y T
- (C) H y p
- (D) H y T
- (E) T y p

Respuesta E

11. Sea la sucesión de números complejos $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$ con $z_n = (-1)^n e^{i/n}$ con $n \in \mathbb{N}$.

- (A) Dicha sucesión es convergente.
- (B) Dicha sucesión tiene sólo una subsucesión convergente.
- (C) la serie $\sum_{n=0}^{\infty} z_n$ es absolutamente convergente.
- (D) la sucesión con es convergente.
- (E) Ninguna de las respuestas anteriores es correcta.

(Rta: d)

12. Calcule el calor específico de 19.3 g de metal que requiere 353 J de energía térmica para elevar su temperatura de 17.0 °C a 44.0 °C.

- (A) 17 J/g. °C
- (B) 0.581 J/g. °C
- (C) 0.677 J/g. °C

Nombre y Apellido:

(D) 0.980 J/g. °C

(E) 0.521 J/g. °C

Respuesta: (C)

13. Si en una expansión adiabática de un gas ideal ($\gamma=5/3$) el volumen de gas se duplica de V_0 a $2V_0$. ¿Qué sucede con la temperatura?

(A) Se eleva a $1.59 T_0$

(B) Permanece constante

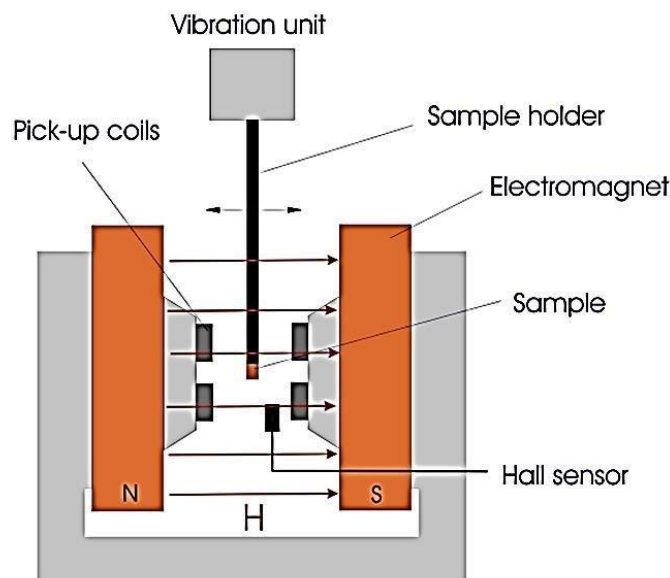
(C) Se eleva a $2T_0$

(D) Cae a $0.5 T_0$

(E) Cae a $0.63 T_0$

Respuesta: (E)

14. Un magnetómetro de muestra vibrante es un instrumento utilizado para medir el momento magnético de distintos materiales. Su principio de funcionamiento se basa en hacer vibrar la muestra, convenientemente magnetizada por un campo magnético uniforme, y detectar la señal inducida en un conjunto de bobinas detectoras, como se esquematiza en la figura. Indicar cuál de las siguientes afirmaciones es incorrecta.



(A) La señal medida depende linealmente del momento magnético de la muestra.

Nombre y Apellido:

- (B) La señal medida aumenta si crece la frecuencia de vibración.
- (C) La señal medida aumenta si crece la amplitud de vibración.
- (D) La señal medida disminuye si se achica el tamaño de la muestra.
- (E) La señal medida siempre aumenta si crece el valor del campo uniforme.

Respuesta E

15. Dada una función real e impar $x(t)$ de tiempo continuo ($t \in \mathbb{R}$), determine el valor de la integral $\int_{-\infty}^{\infty} X(\omega) d\omega$, donde $X(\omega)$ es la transformada de Fourier de $x(t)$.

- A) $x(t)$
- B) 0
- C) 2π
- E) 1
- D) Ninguna de las anteriores.

Respuesta: B

16. Un cuerpo unido a un resorte, se mueve sin rozamiento en la dirección del eje x. Cuál es el Hamiltoniano?

- (A) $H = 0$
- (B) $H = -kx$
- (C) $H = \frac{k}{2}x^2$
- (D) $H = \frac{p^2}{2m} - \frac{k}{2}x^2$
- (E) $H = \frac{p^2}{2m} + \frac{k}{2}x^2$

Respuesta E

17. La energía promedio de un oscilador armónico en 3 dimensiones en contacto con un baño térmico a temperatura T es

- (A) kT

Nombre y Apellido:

- (B) $3 kT$
- (C) $3/2 kT$
- (D) πkT
- (E) ninguna de los anteriores

Respuesta: (B)

18. Sea M una matriz real de 3×3 . Diga cuál de las siguientes condiciones NO implica que M es invertible.

- (A) $-M$ es invertible.
- (B) Existe un número entero positivo k tal que $\det(M^k) \neq 0$.
- (C) Existe un número entero positivo k tal que $(I-M)^k=0$, donde I es la matriz identidad.
- (D) El conjunto de todos los vectores de la forma $M.v$, donde $v \in R^3$, es R^3 .
- (E) Existen tres vectores linealmente independiente $v_1, v_2, y v_3 \in R^3$ tal que $M.v_i \neq 0$ para cada i .

Respuesta E

19. ¿Cómo varía la probabilidad de que un electrón atravesase por efecto túnel una barrera potencial con el espesor de la barrera?

- (A) Disminuye inversamente con el espesor.
- (B) Disminuye sinusoidalmente con el espesor.
- (C) Disminuye linealmente con el espesor.
- (D) Disminuye exponencialmente con el espesor.
- (E) Es independiente del grosor de la barrera.

(Resp.:D)

20. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre el oscilador armónico cuántico simple es verdadera?

- (A) La energía potencial varía linealmente con el desplazamiento desde el equilibrio.
- (B) El espacio entre los niveles de energía aumenta con el aumento de la energía.

Nombre y Apellido:

- (C) Las funciones de onda son funciones sinusoidales.
- (D) La separación entre los niveles de energía disminuye al aumentar la energía.
- (E) El número de nodos de la función de onda aumenta con el aumento de la energía.

(Resp:E)

21. En el laboratorio, dos cantidades del mismo fluido son mezcladas. La masa de la muestra más caliente (m_1) es el doble que la de la muestra más fría (m_2). La temperatura inicial de la muestra caliente (T_1) es también el doble de la temperatura $T_2 = 30^\circ\text{C}$. Encontrar la temperatura de equilibrio.

- (A) 40°C
- (B) 45°C
- (C) 50°C
- (D) 55°C
- (E) 35°C

Respuesta: (C)

22. Si la energía de un sistema cuántico puede tomar los valores: $n h \nu$ (con $n=1, 2, 3$, etc), la función de partición es

- (A) $\exp(h \nu / kT)$
- (B) $\exp(- h \nu / kT)$
- (C) $1/(1-\exp(-h \nu / kT))$
- (D) $1/(\exp(h \nu / kT) - 1)$
- (E) ninguna de las anteriores

Respuesta: (D)

23. Supongamos que los eventos A y B son independientes y que $P(A)=0.2$ y $P(B)=0.4$. Entonces $P(A|B)$ es igual a:

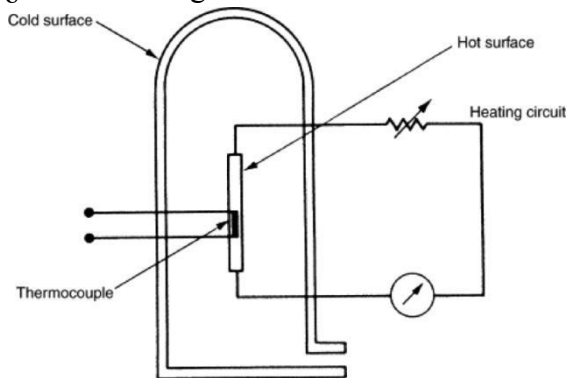
- (A) $P(A) = 0.2$
- (B) $P(A)/P(B)=0.5$

Nombre y Apellido:

- (C) $P(A) P(B) = 0.08$
- (D) $P(B) = 0.4$
- (E) ninguno de los anteriores

Respuesta A

24. Un manómetro de termocupla consiste en un filamento que se calienta con una potencia fija y sobre el cual se mide la temperatura utilizando una termocupla (ver figura). ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es FALSA?



- (A) La relación entre la temperatura del filamento y la presión en el manómetro depende principalmente de la conductividad térmica del gas.
- (B) El manómetro es apto para medir en el rango de presiones 10^{-4} mbar hasta 1 mbar.
- (C) Para una presión fija, el manómetro dará la misma lectura si se mide en una cámara que inicialmente contiene aire y en otra que inicialmente contiene argón.
- (D) El manómetro funciona correctamente solo en el rango de presiones en el cual el camino libre medio de las moléculas del gas es del orden del tamaño del manómetro.
- (E) El manómetro es apto para medir el vacío producido por una bomba mecánica.

Respuesta C

25. El campo eléctrico \mathbf{E} de una onda plana electromagnética, de frecuencia angular ω y número de onda k , que se propaga en el vacío está dado por $\mathbf{E} = E_0(\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_y)\sin(kz - \omega t)$. ¿Cuál de las siguientes expresiones da la dirección del campo magnético asociado (**B**)?

Nombre y Apellido:

- (A) \mathbf{e}_z
- (B) $-\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y$
- (C) $\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y$
- (D) $\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_z$
- (E) $\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z$

Respuesta: (C)